

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DELLA BASILICATA

Corso di

FONDAMENTI DI TECNICA DELLE COSTRUZIONI

**LO STATO LIMITE ULTIMO PER TENSIONI
NORMALI**



Docente:

Prof. Ing. Angelo MASI

Collaboratori:

Ing. Giuseppe SANTARSIERO

Ing. Vincenzo MANFREDI

IPOSTESI DI CALCOLO

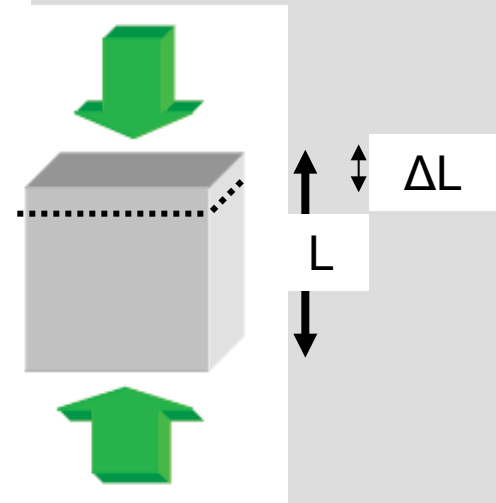
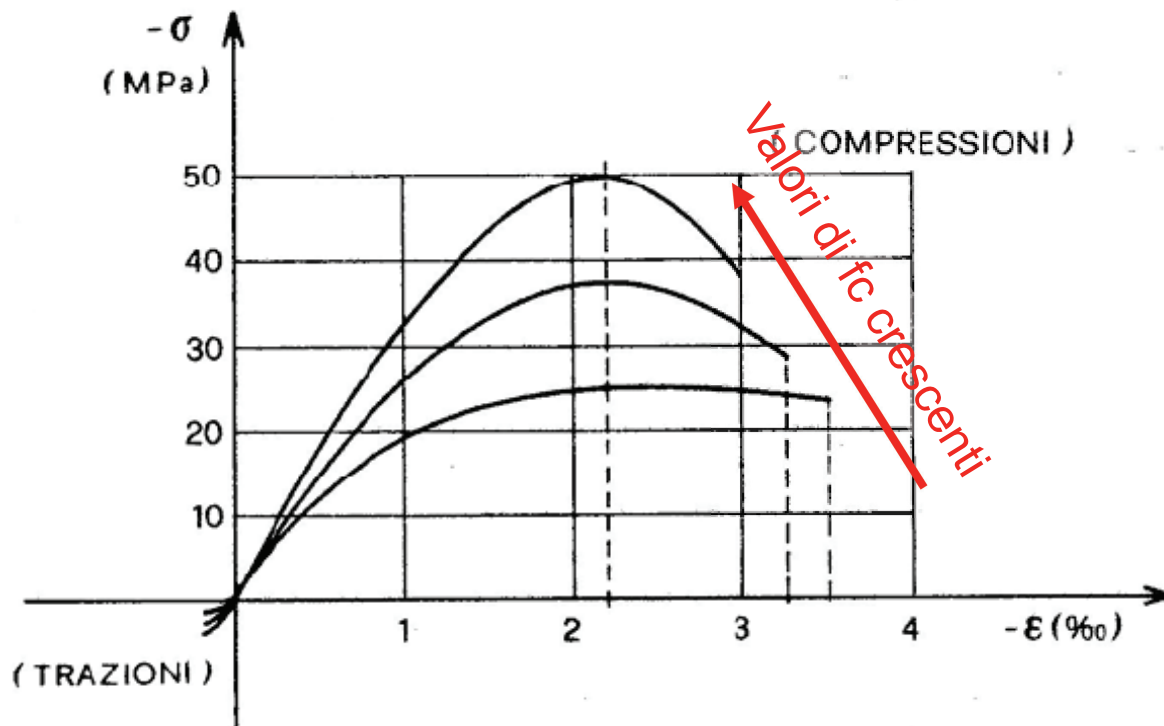
- conservazione delle sezioni piane;
- perfetta aderenza acciaio-calcestruzzo;
- resistenza a trazione del calcestruzzo nulla;
- rottura del cls è determinata dal raggiungimento della sua capacità deformativa ultima a compressione;
- tensioni del cls e dell'armatura sono valutate attraverso i diagrammi tensioni-deformazione (σ - ϵ)

IL COMPORTAMENTO MECCANICO DEL CLS

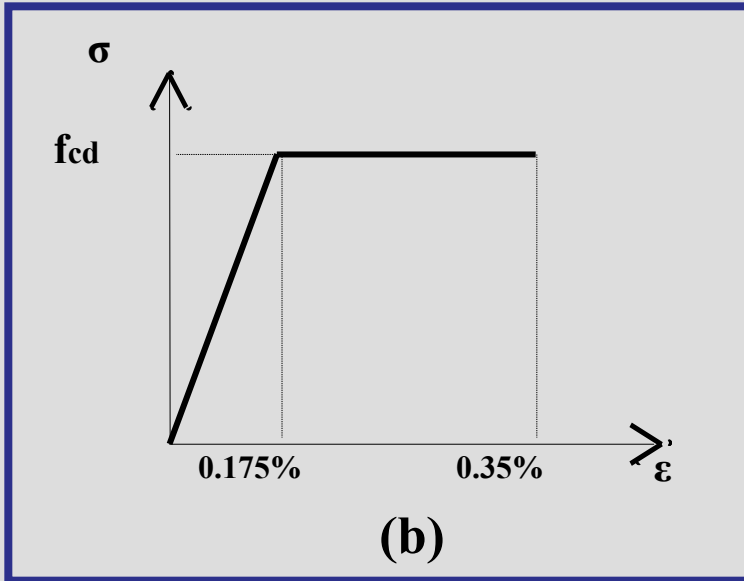
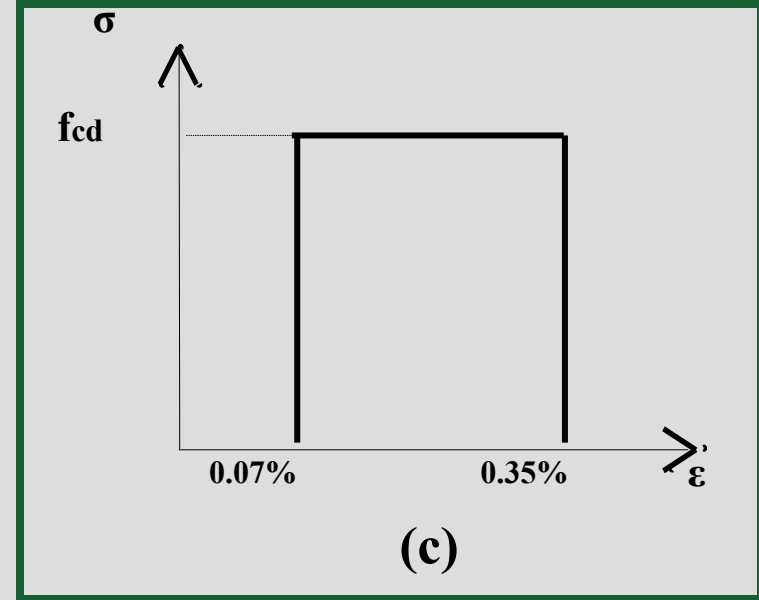
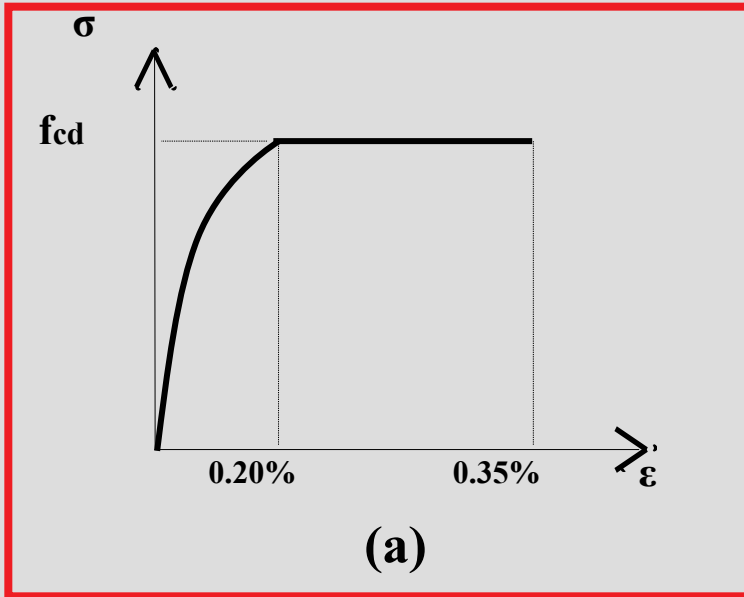
I risultati di una **prova di compressione** sono generalmente restituiti sotto forma di **diagramma tensioni-deformazioni** (σ - ϵ).

$\sigma = P/A$ (P carico; A area del provino)

$\epsilon = \Delta L/L$ (ΔL accorciamento e L lunghezza originaria del provino)



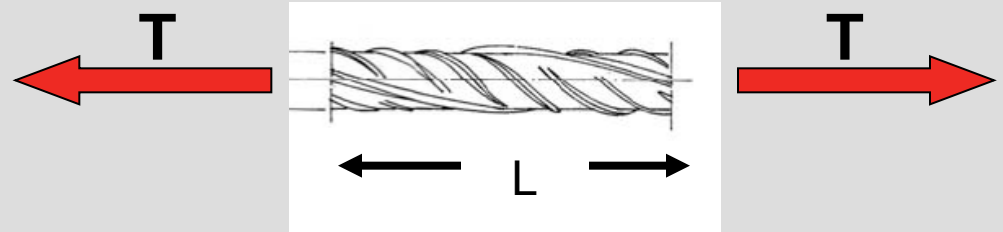
DIAGRAMMI DI CALCOLO TENSIONI – DEFORMAZIONI DEL CLS



- a) parabola-rettangolo;
- b) triangolo-rettangolo;
- c) rettangolo (stress block)

L'ACCIAIO DA C.A.

Sottoponendo una **barre di acciaio** a **prova di trazione** si ottengono diversi tipi di diagrammi (σ - ϵ).

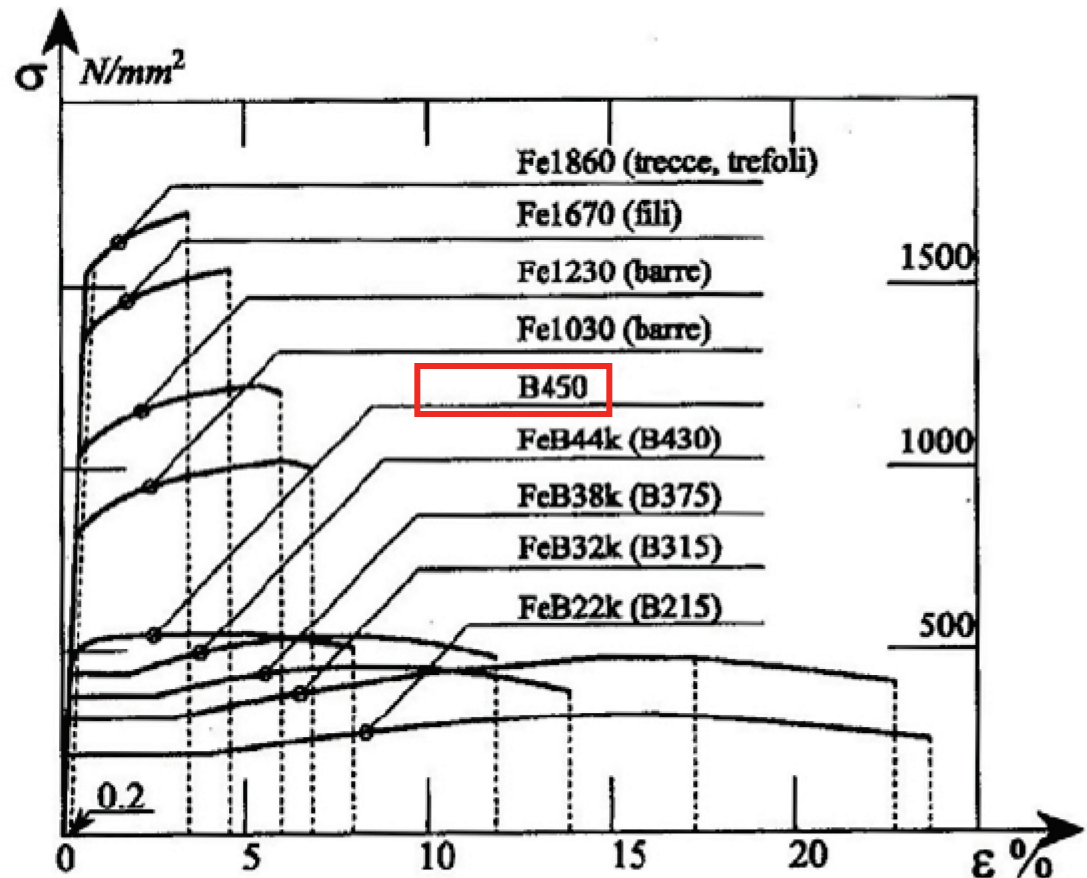


La norma italiana NTC-08 prevede due tipi di acciaio per c.a. indicati con le sigle B450A e **B450C** con i seguenti valori nominali delle proprietà meccaniche:

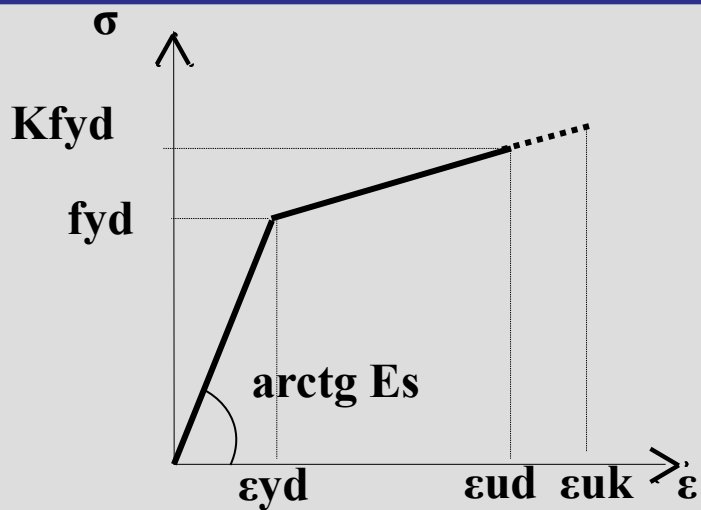
$$f_{y,nom} = 450 \text{ MPa}$$

$$f_{t,nom} = 540 \text{ MPa}$$

$$\epsilon_{uk} = 7.5\%$$



DIAGRAMMI DI CALCOLO TENSIONI – DEFORMAZIONE DELL'ACCIAIO



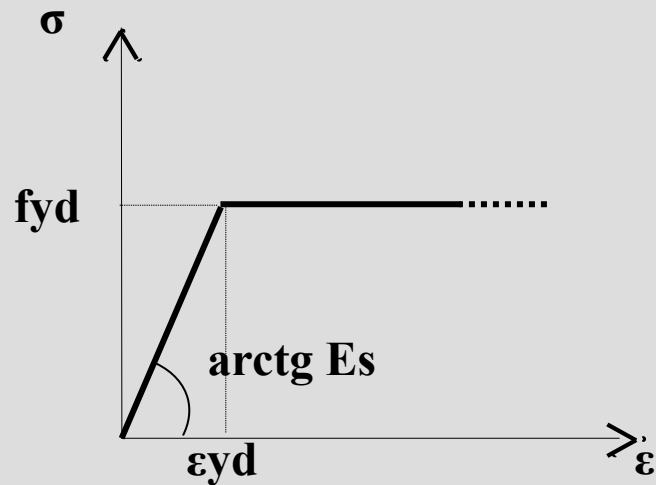
(a)

$$\epsilon_{ud} = 0.9 \epsilon_{uk}$$

$$\epsilon_{uk} = (A_{gt})_k \geq 7.5\%$$

$$K = f_{yk}/f_{yd} \quad (1.35 > K \geq 1.15)$$

(valori per acciaio B450C, § 11.3.2.1 NTC-08)



(b)

a) bi-lineare con incrudimento;

b) elastico-perfettamente plastico
indefinito

RESISTENZE DI CALCOLO

Le **resistenze di calcolo** si valutano mediante l'espressione:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$$

dove **f_k** è la **resistenza caratteristica**, **γ_m** il **coefficiente parziale del materiale**.

La normativa NTC-08 prescrive per elementi in c.a.:

		γ_m
calcestruzzo	γ_C	1.5
acciaio per cls	γ_S	1.15

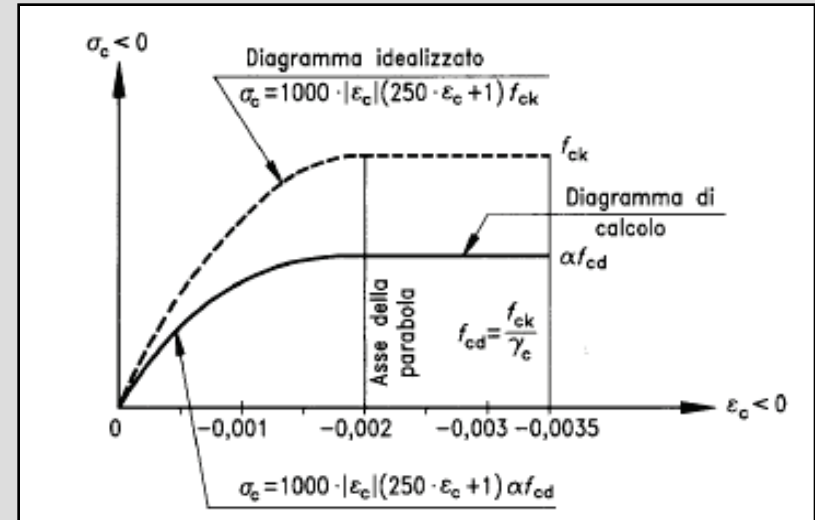
PARAMETRI DI RESISTENZA DEL CALCESTRUZZO

Resistenza di calcolo a compressione

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c}$$

$f_{ck} = R_{ck} \cdot 0.83$ è la resistenza caratteristica cilindrica

$\alpha_{cc} = 0.85$ è il coefficiente per carichi di lunga durata



Altri parametri meccanici

Resistenza media a trazione: $f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3}$

Modulo elastico: $E_{cm} = 22000 \cdot [f_{cm} / 10]^{0.3}$ dove: $f_{cm} = f_{ck} + 8$ [in N/mm²]

Modulo di Poisson: $\nu = 0.2$ [per cls fessurato si può porre $\nu = 0$]

PARAMETRI DI RESISTENZA DELL'ACCIAIO

Resistenza a trazione/compressione

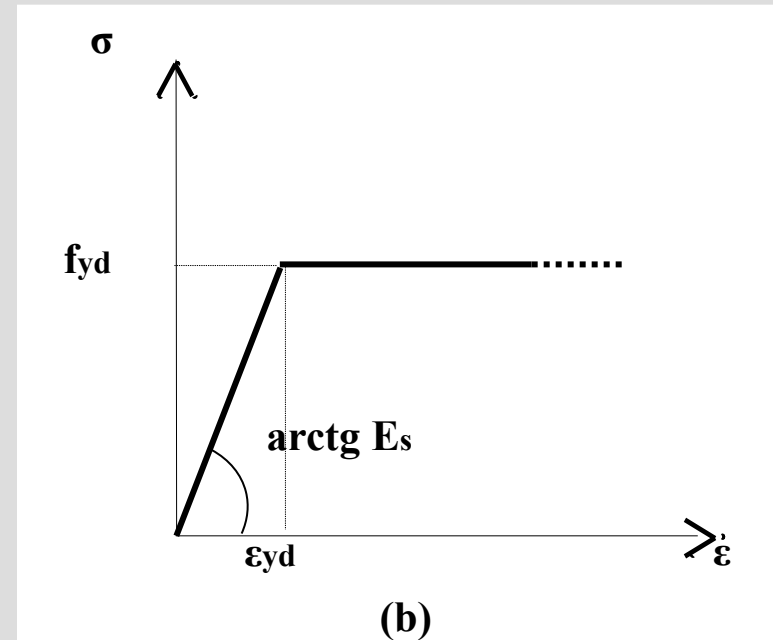
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

f_{yk} è la resistenza caratteristica di snervamento

Altri parametri meccanici

Modulo elastico: $E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$

Deformazione al limite elastico: $\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$



Ad es. per un acciaio B450C si ha:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{450}{1.15} = 391.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{391.3}{210000} = 0.186\%$$

S.L.U.: SFORZO NORMALE E FLESSIONE

Equazioni di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{h - x}$$

Equazioni costitutive

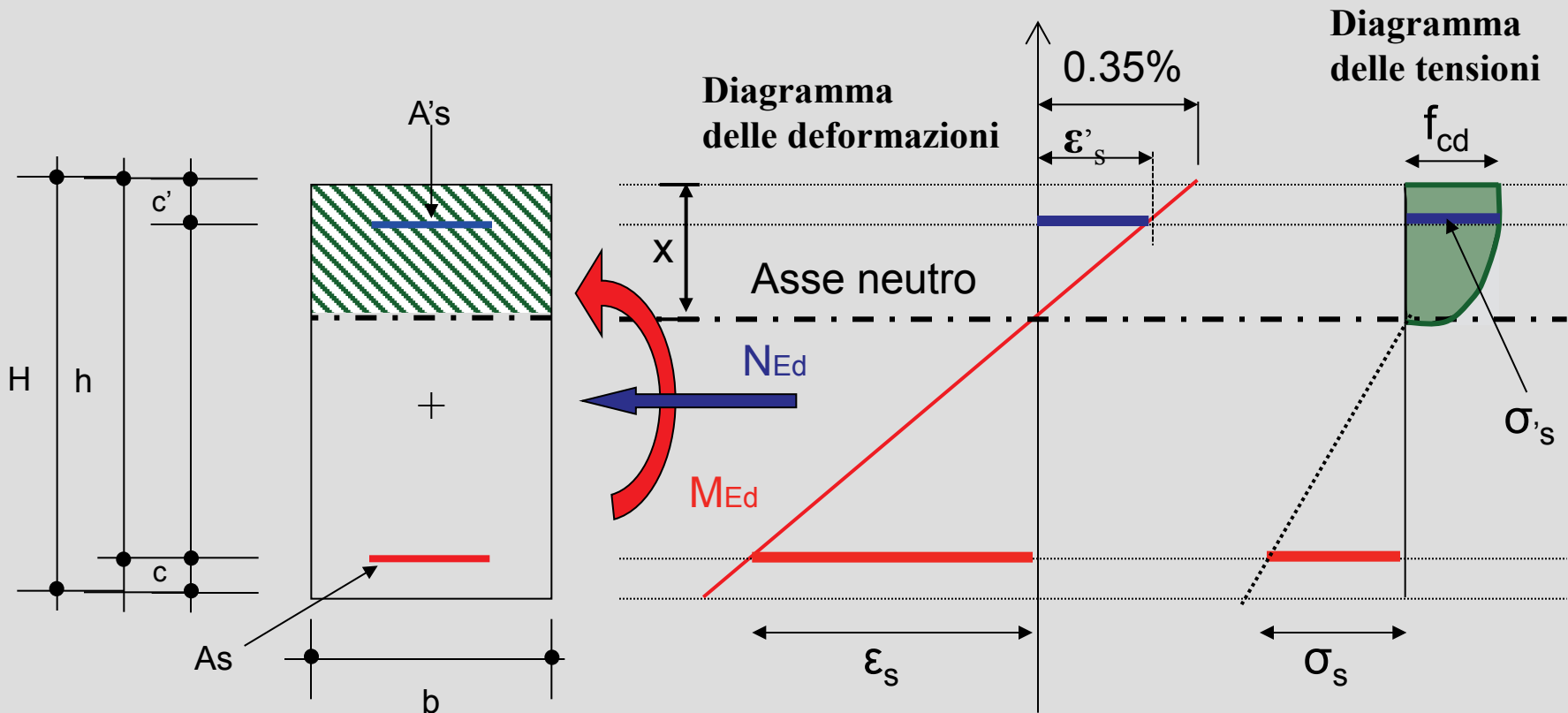
$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

oppure

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$



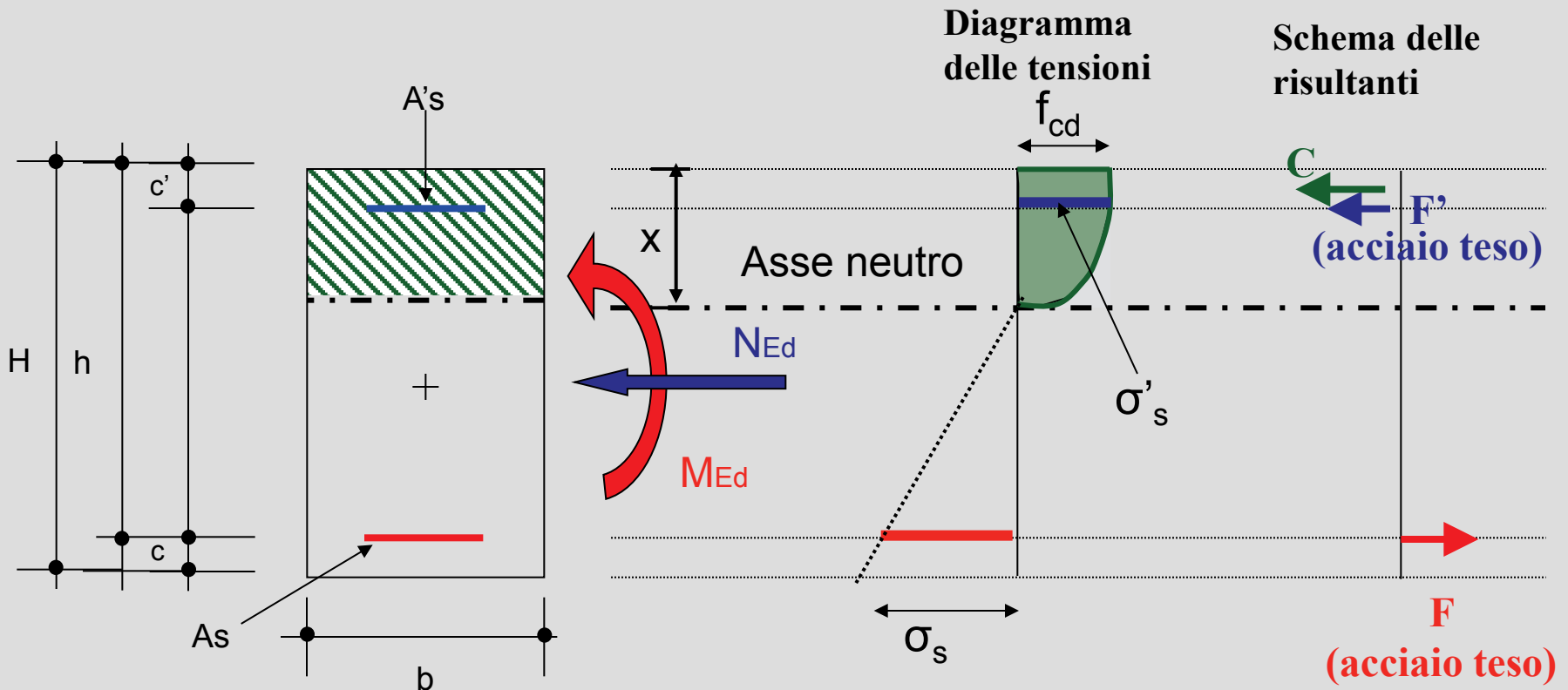
S.L.U.: SFORZO NORMALE E FLESSIONE

Risultante di compressione $C = b \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd}$

Risultante di compressione (acciaio) $F' = A'_s \cdot \sigma'_s$

Risultante di trazione (acciaio) $F = A_s \cdot \sigma_s$

dove:
$$\psi = \frac{\int_0^x \sigma(y) dy}{f_{cd} x}$$



S.L.U.: SFORZO NORMALE E FLESSIONE

EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

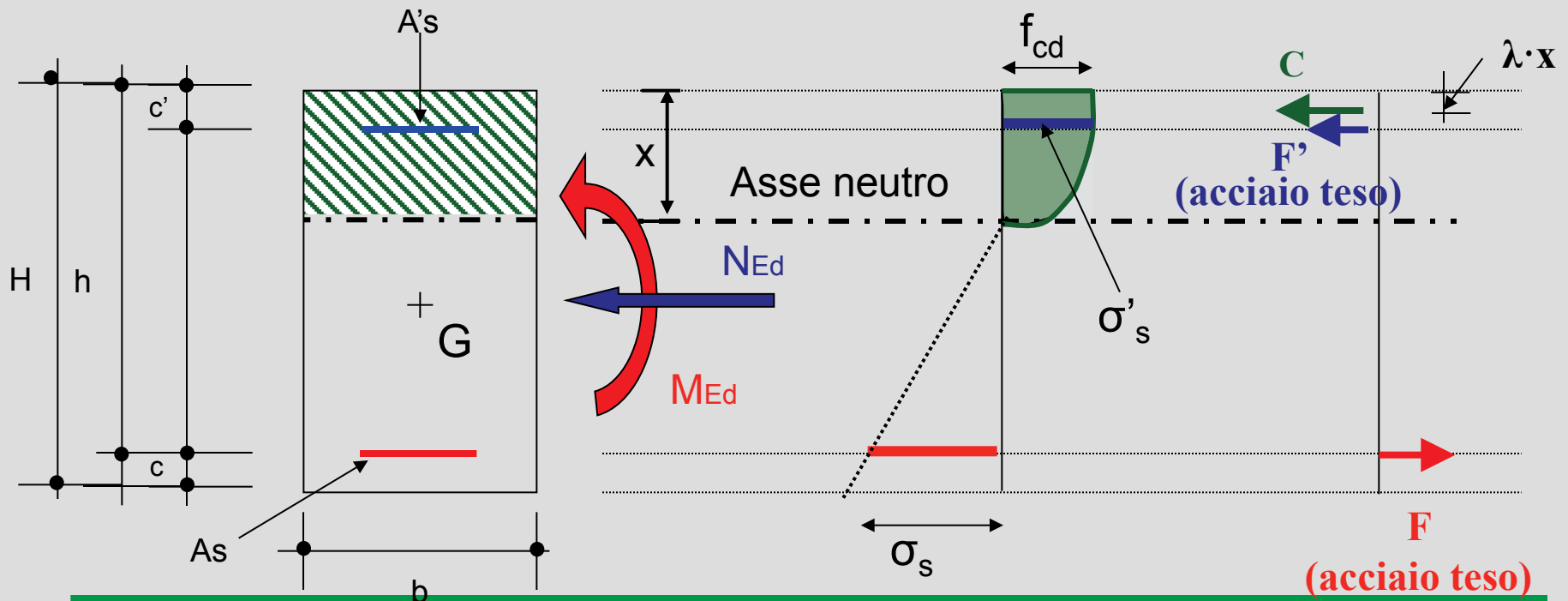
$$N_{Ed} = -b \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot \sigma'_s + A_s \cdot \sigma_s$$

Equilibrio alla traslazione lungo l'asse della trave

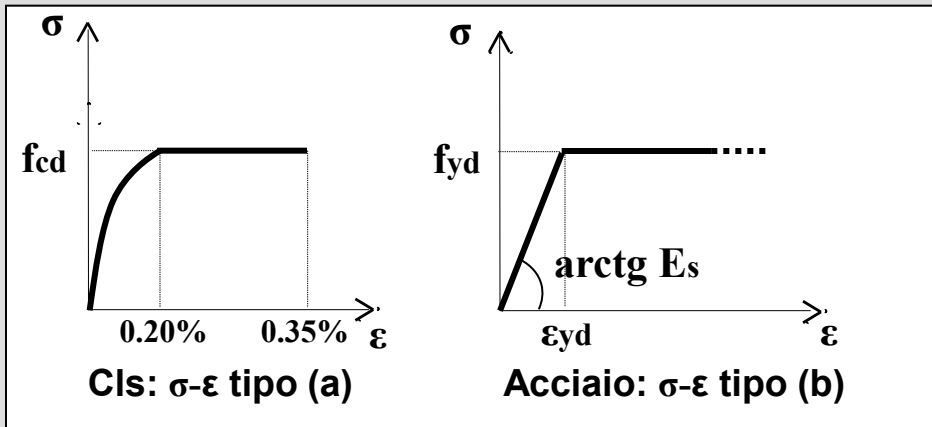
$$M_{Ed} = b \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (H/2 - \lambda \cdot x) + A'_s \cdot \sigma'_s (H/2 - c') + A_s \cdot \sigma_s (H/2 - c)$$

Equilibrio alla rotazione rispetto all'asse passante per il baricentro geometrico G

dove:
$$\lambda = \frac{1}{x} \cdot \frac{\int_0^x \sigma(y)(x-y)dy}{\int_0^x \sigma(y)dy}$$

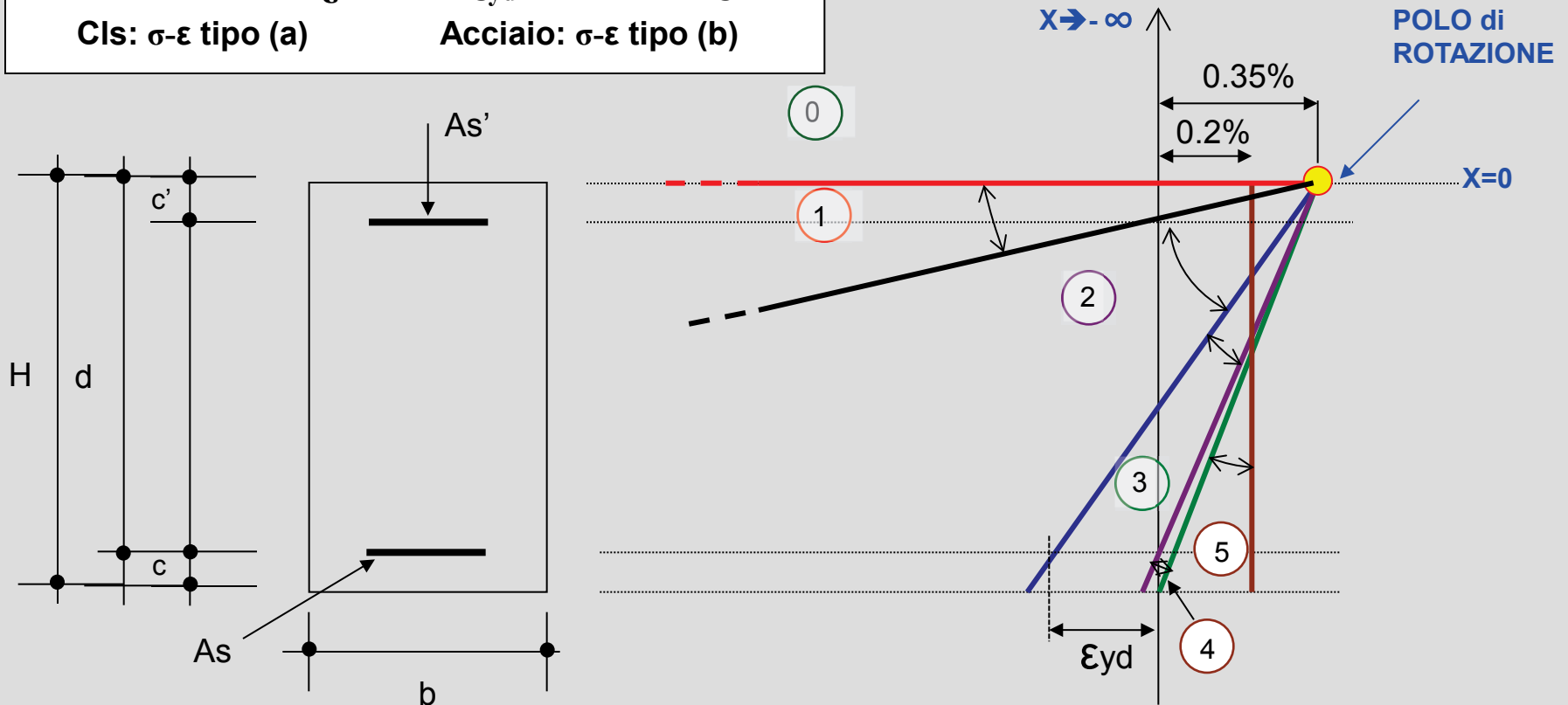


S.L.U.: SFORZO NORMALE E FLESSIONE



Regioni di rottura
(individuate dalla deformata della sezione)

DIAGRAMMA DELLE DEFORMAZIONI



REGIONE DI ROTTURA 0

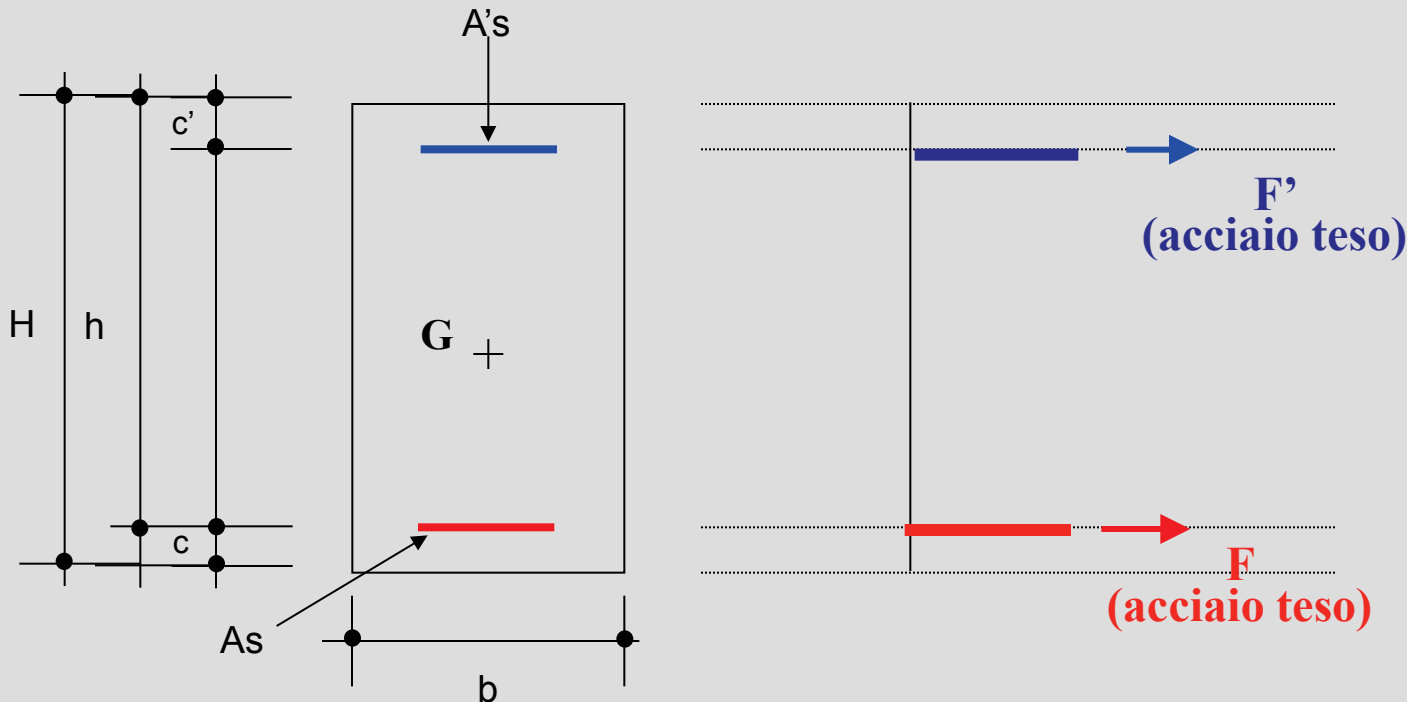
Posizione asse neutro $-\infty < x < 0$, trazione semplice o composta

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = A'_s \cdot f_{yd} + A_s \cdot f_{yd}$$

$$M_{rd} = A'_s f_{yd} \left(\frac{H}{2} - c' \right) - A_s f_{yd} \left(\frac{H}{2} - c \right)$$

NOTA: L'acciaio teso e compresso è sempre snervato



REGIONE DI ROTTURA 1

Posizione asse neutro: $0 \leq x < c'$, flessione semplice o composta

Equazioni di congruenza

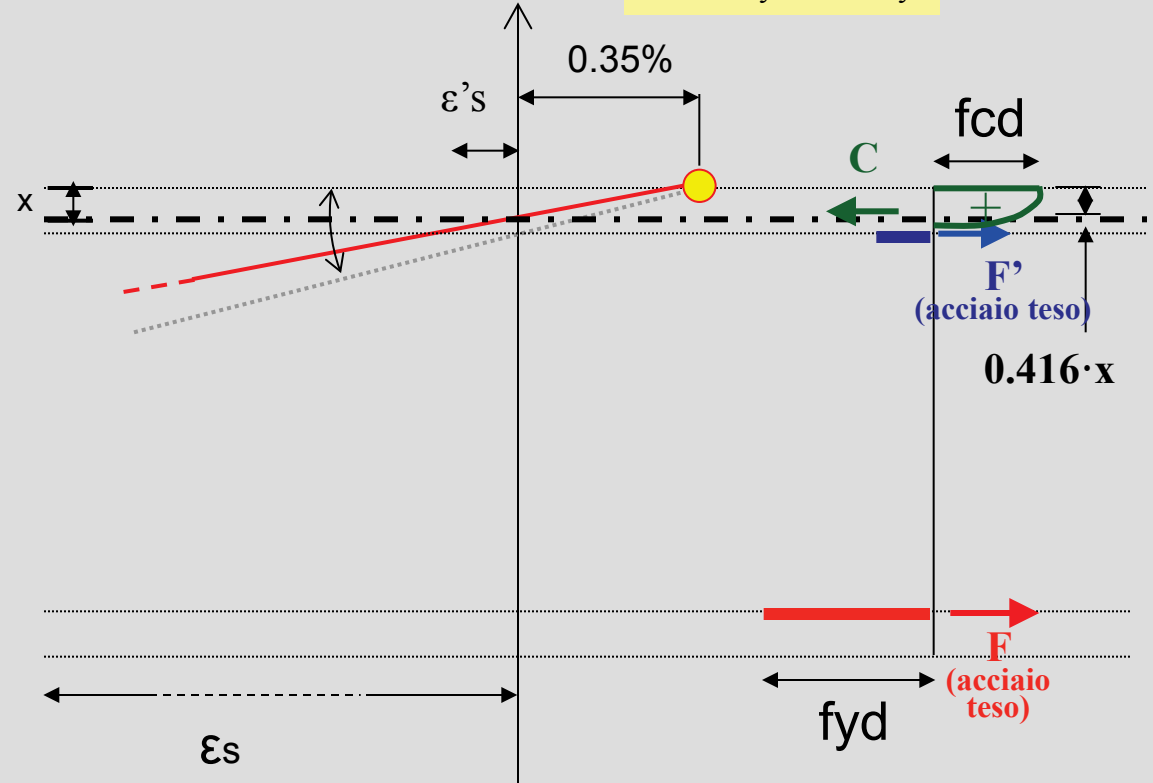
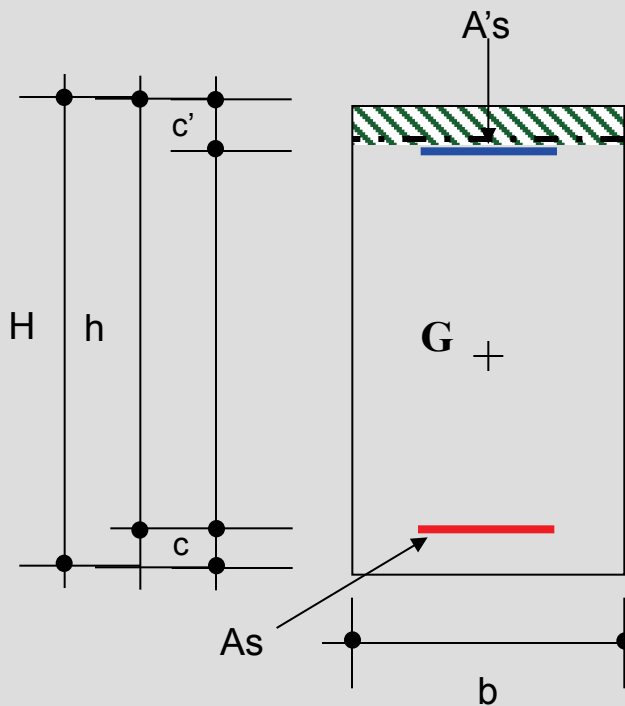
$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{c' - x} = \frac{\varepsilon_s}{h - x}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$



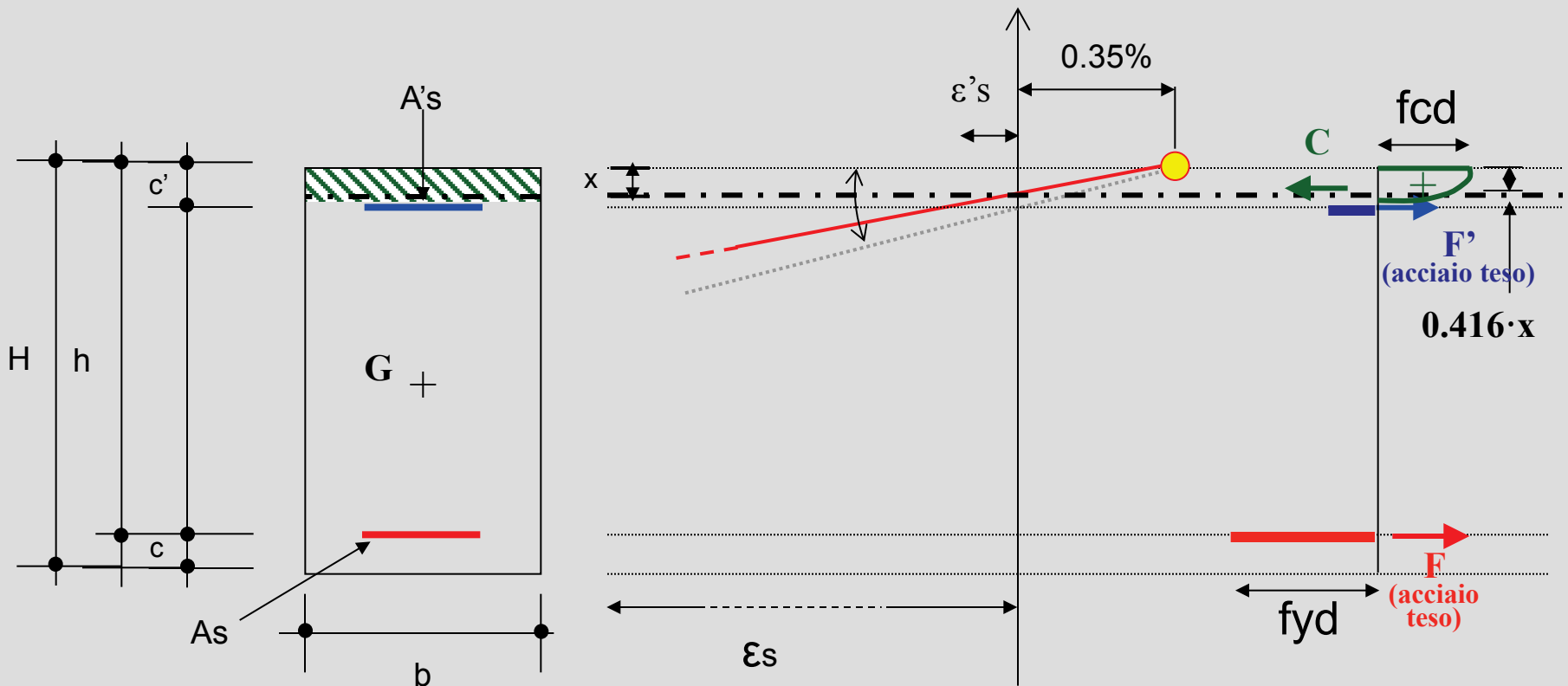
REGIONE DI ROTTURA 1

Posizione asse neutro: $0 \leq x < c'$, flessione semplice o composta

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_s + A_s \cdot f_{yd}$$

$$M_{rd} = +b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(H/2 - 0.416 \cdot x \right) - A'_s \cdot \sigma'_s \left(H/2 - c' \right) + f_{yd} \cdot A_s \left(H/2 - c \right)$$



REGIONE DI ROTTURA 2

Posizione asse neutro $c' \leq x < x_{lim}$, flessione semplice o composta

Equazioni di congruenza

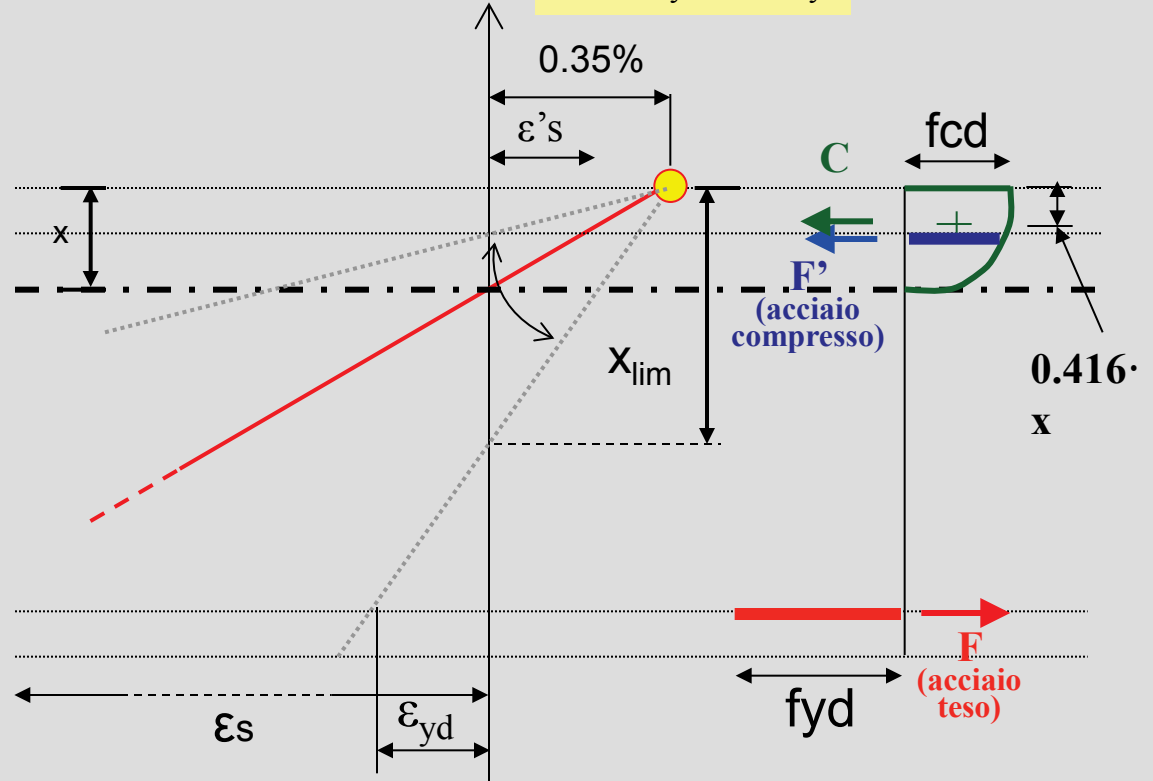
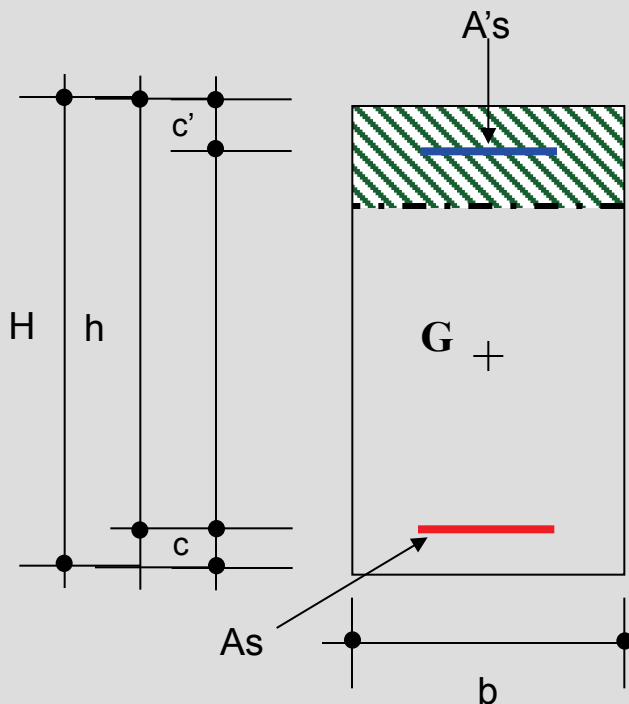
$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{h - x}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$



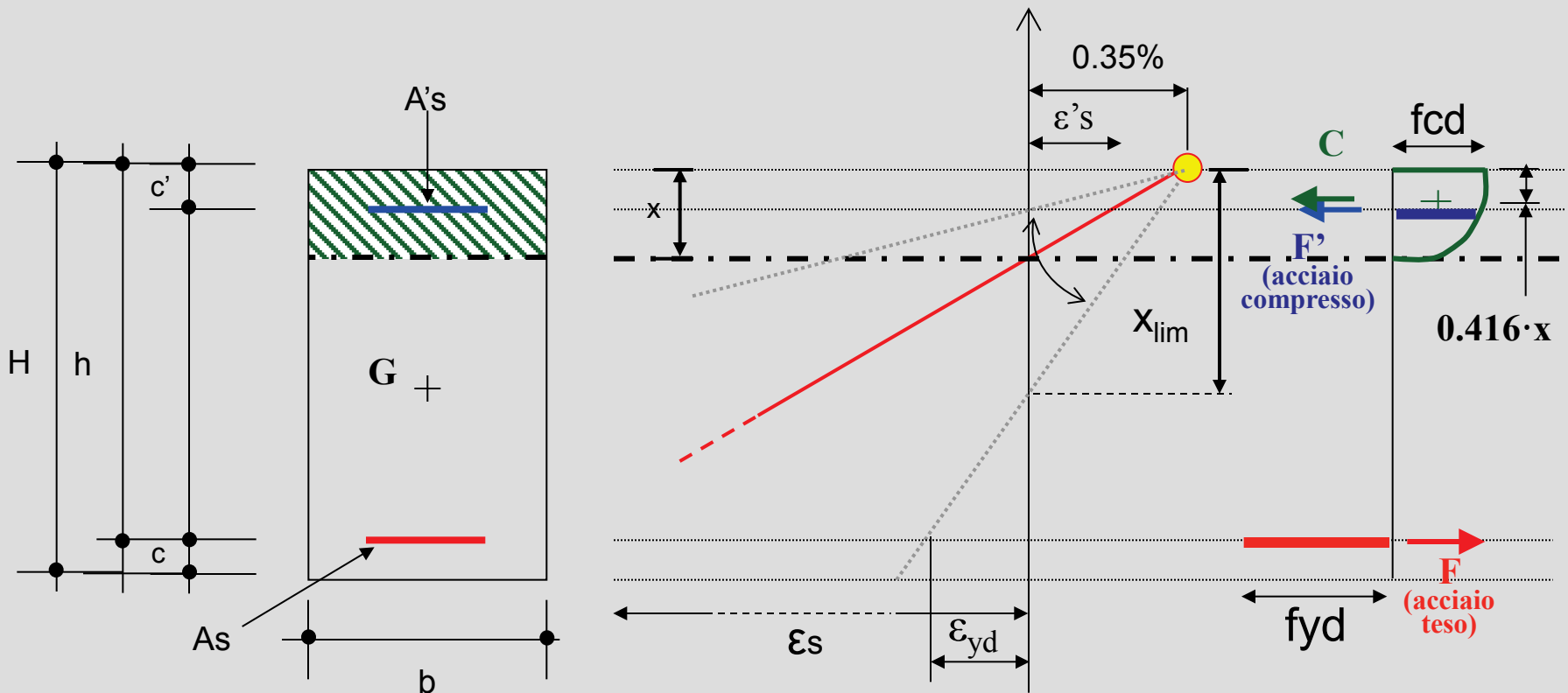
REGIONE DI ROTTURA 2

Posizione asse neutro $c' \leq x < x_{lim}$, flessione semplice o composta

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot \sigma'_s + A_s \cdot f_{yd}$$

$$M_{rd} = b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (H/2 - 0.416 \cdot x) + A'_s \cdot \sigma'_s (H/2 - c') + A_s \cdot f_{yd} (H/2 - c)$$

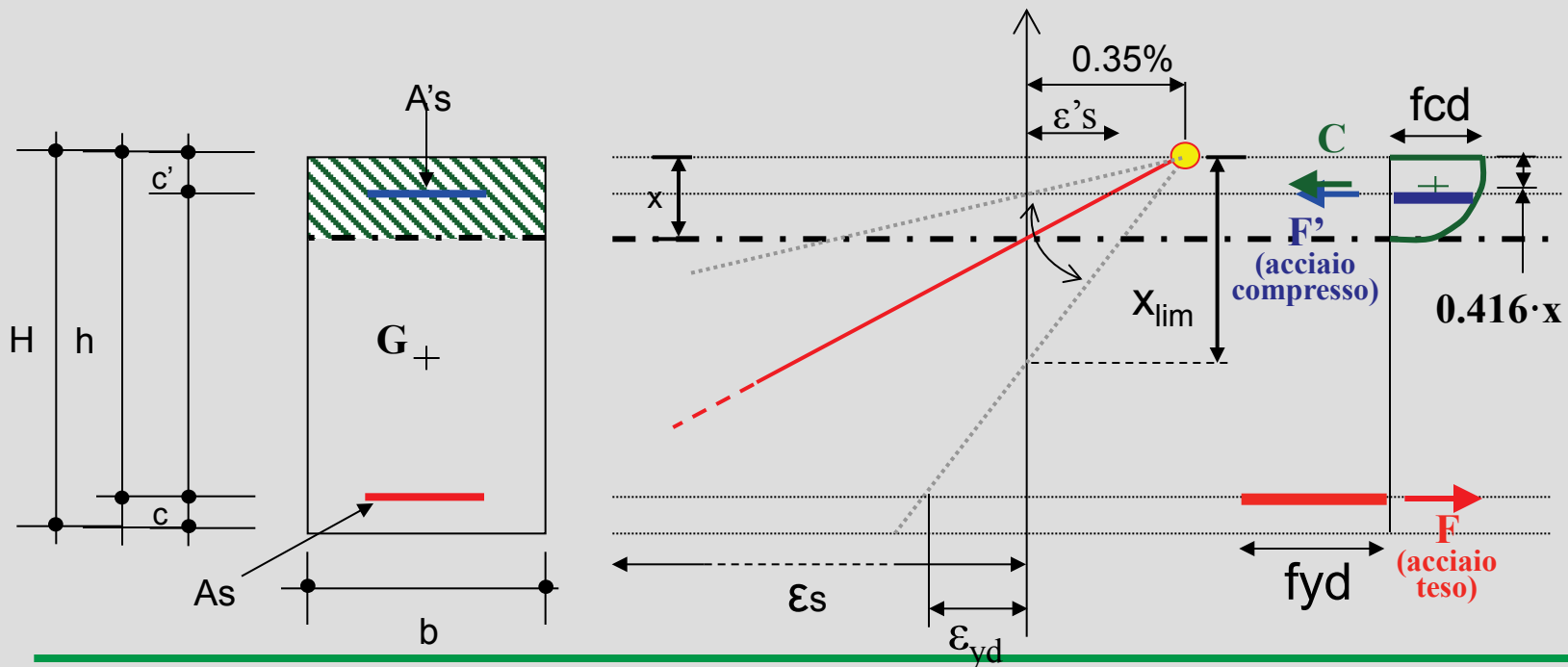


REGIONE DI ROTTURA 2

x_{lim} è la posizione assunta dall'asse neutro caratterizzata dal valore della deformazione dell'acciaio teso pari a quello di snervamento ϵ_{yd} .

Per acciai B450C x_{lim} vale ($\epsilon_{yd} = 0.186\%$):

$$\frac{x_{lim}}{0.35\%} = \frac{h - x_{lim}}{\epsilon_{yd}} \Rightarrow x_{lim} = \frac{0.35\% \cdot h}{0.35\% + \epsilon_{yd}} \approx 0.65h$$



REGIONE DI ROTTURA 3

Posizione asse neutro $x_{lim} \leq x < h$, flessione semplice o composta

Equazioni di congruenza

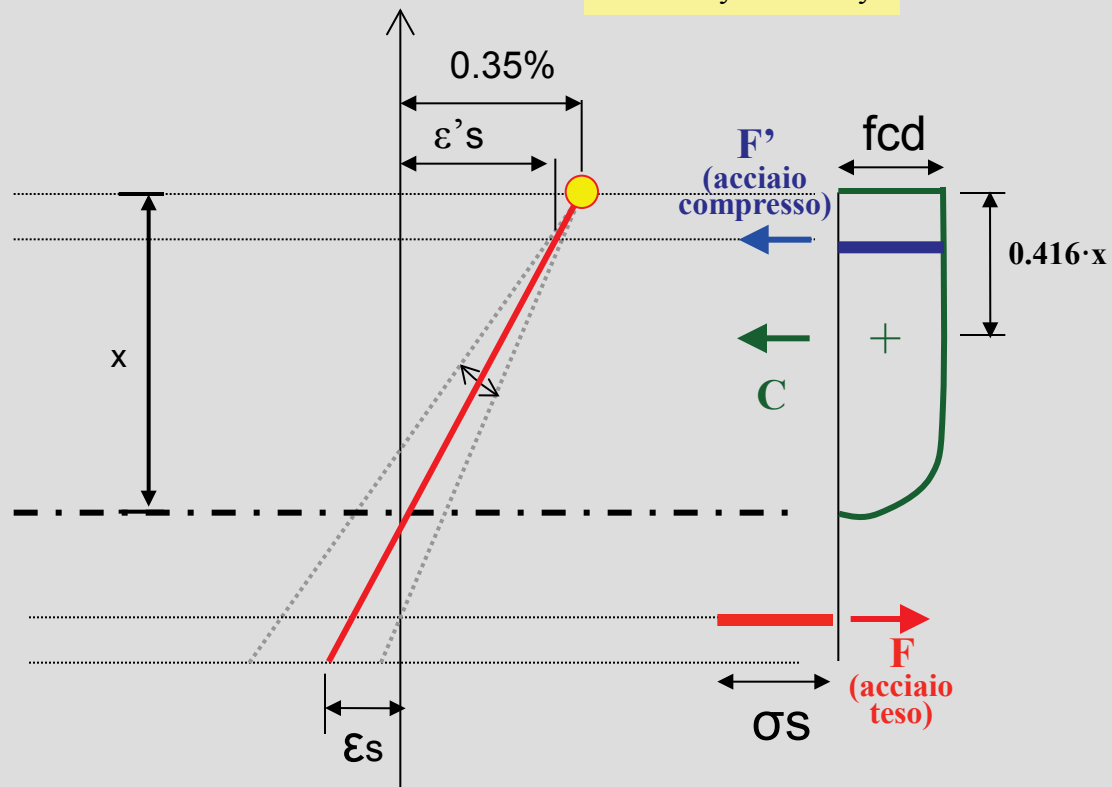
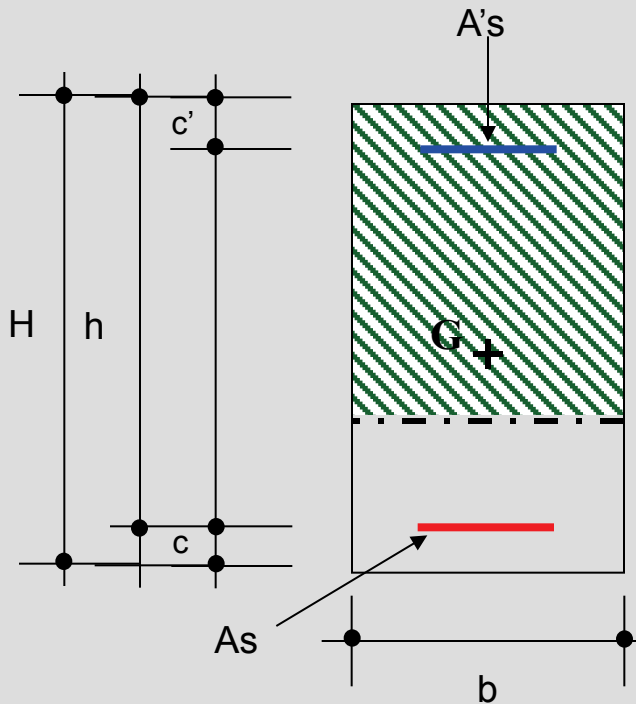
$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{h - x}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$



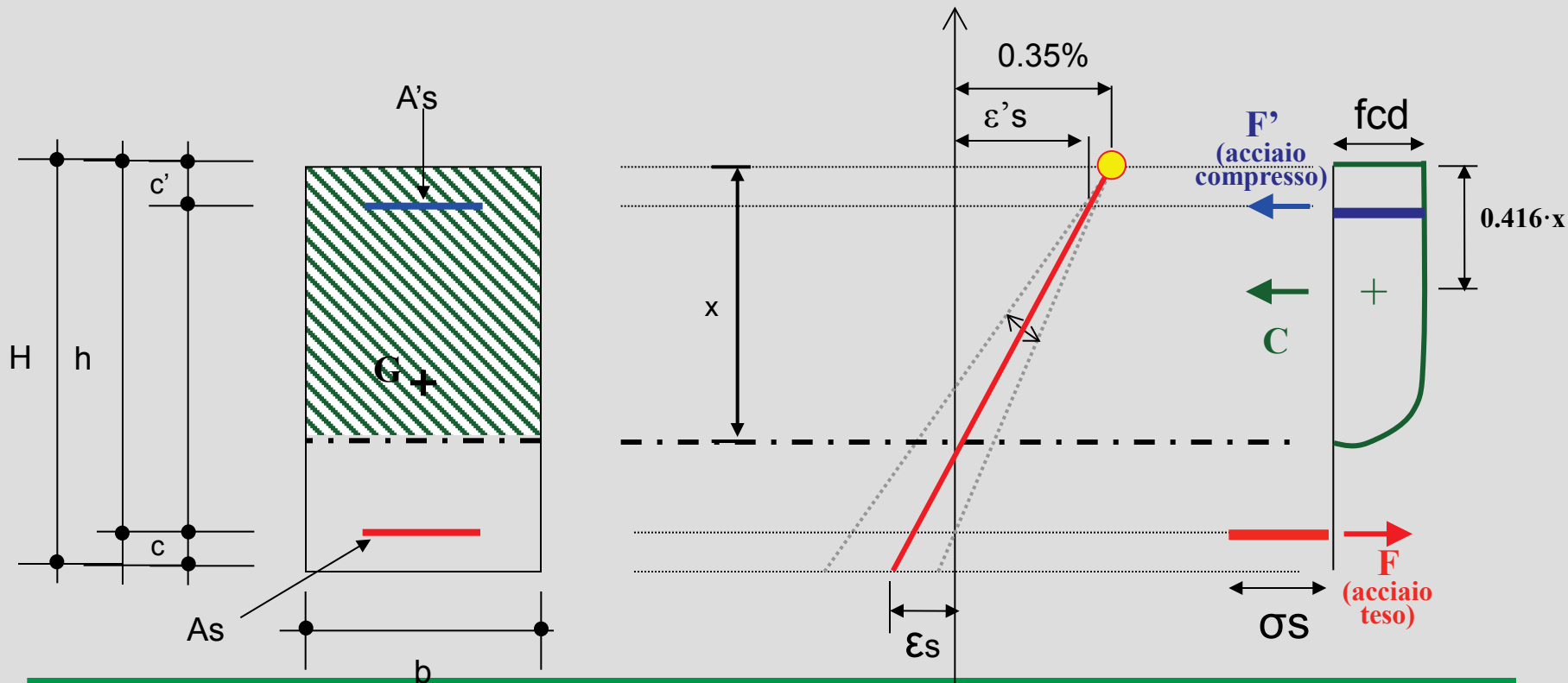
REGIONE DI ROTTURA 3

Posizione asse neutro $x_{lim} \leq x < h$, flessione semplice o composta

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot \sigma'_s + A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{rd} = b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(H/2 - 0.416 \cdot x \right) + A'_s \cdot \sigma'_s (H/2 - c') + A_s \cdot \sigma_s (H/2 - c)$$



REGIONE DI ROTTURA 4

Posizione asse neutro $h \leq x < H$, flessione semplice o composta

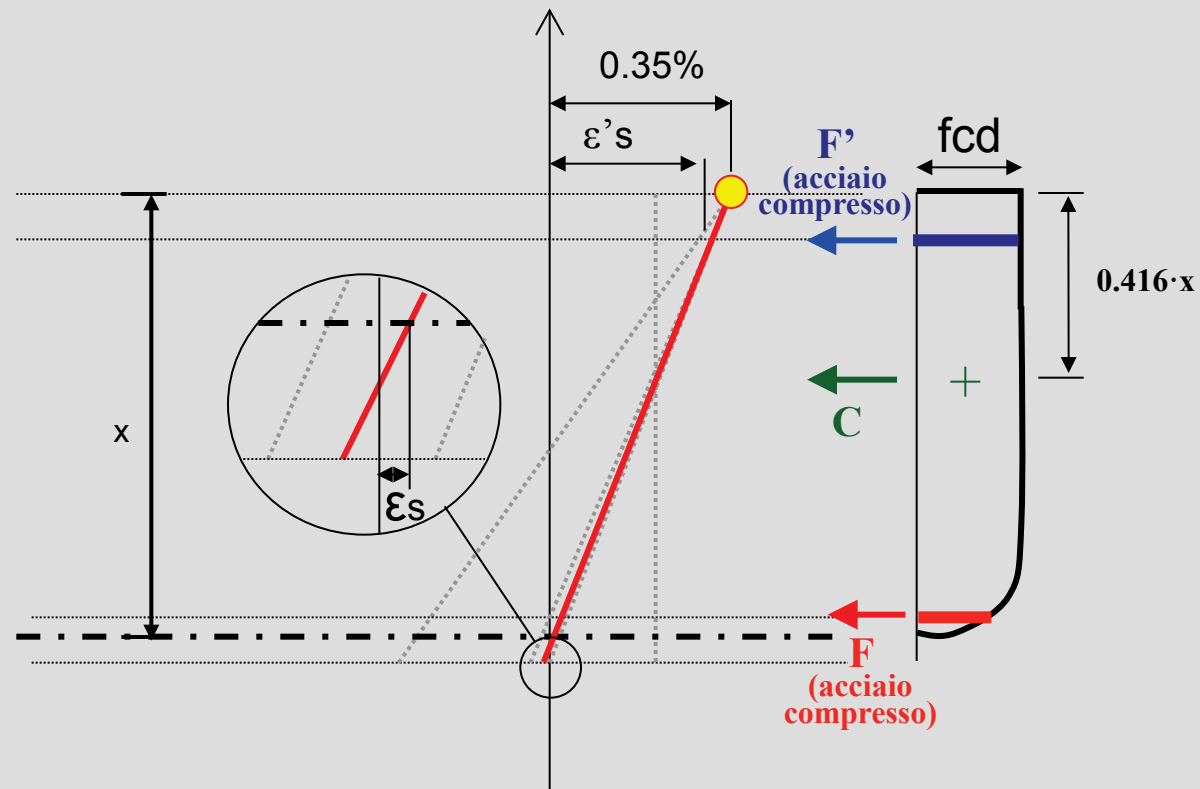
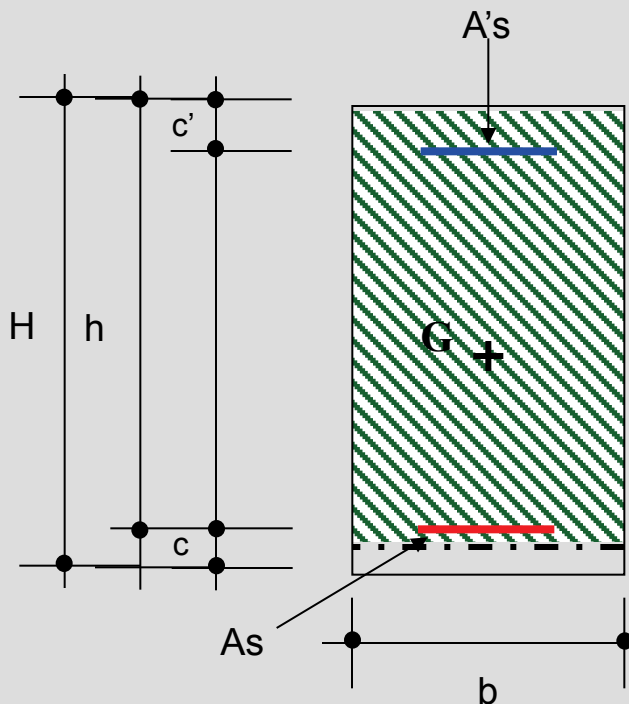
Equazioni di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{x - h}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$



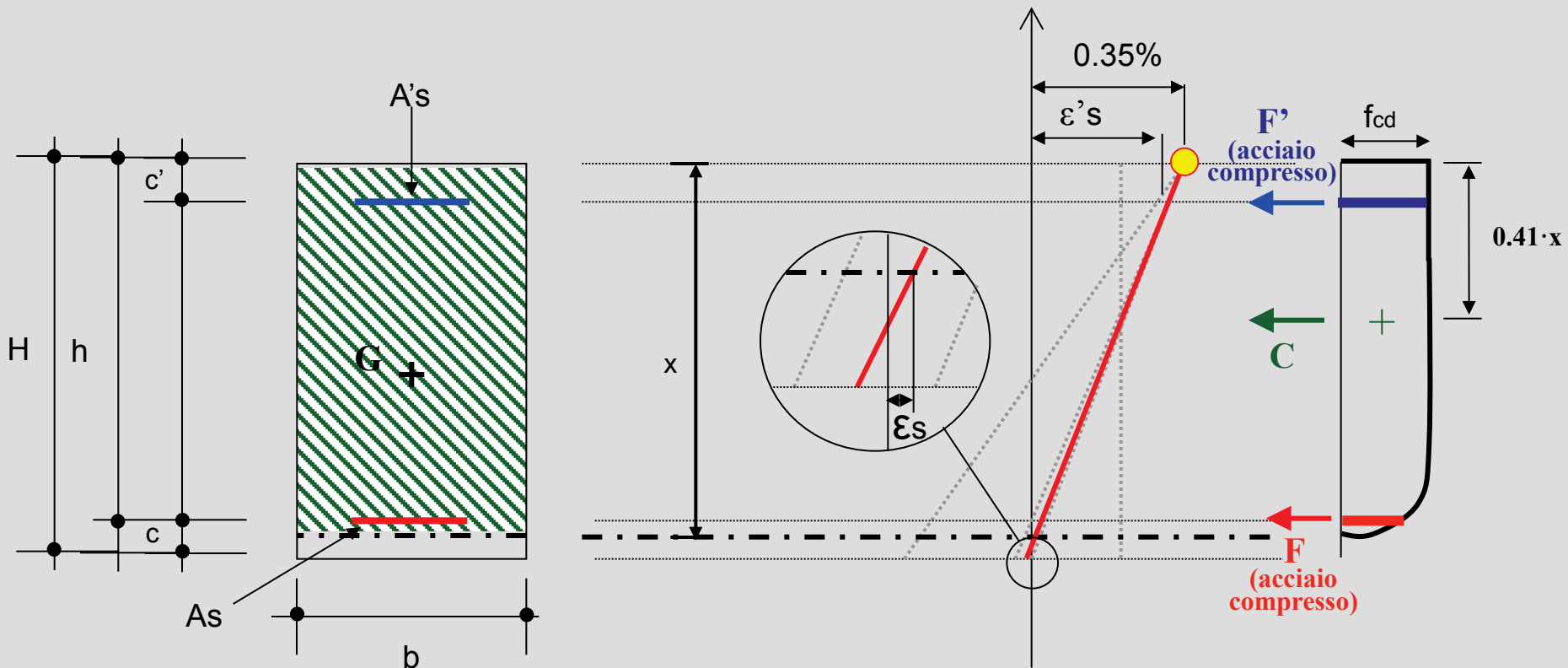
REGIONE DI ROTTURA 4

Posizione asse neutro $h \leq x < H$, flessione semplice o composta

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{rd} = b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(H/2 - 0.416 \cdot x \right) + A'_s \cdot f_{yd} \cdot \left(H/2 - c' \right) - A_s \cdot \sigma_s \cdot \left(H/2 - c \right)$$



REGIONE DI ROTTURA 5

Posizione asse neutro $H \Rightarrow x < \infty$, compressione semplice o composta

Equazioni di congruenza

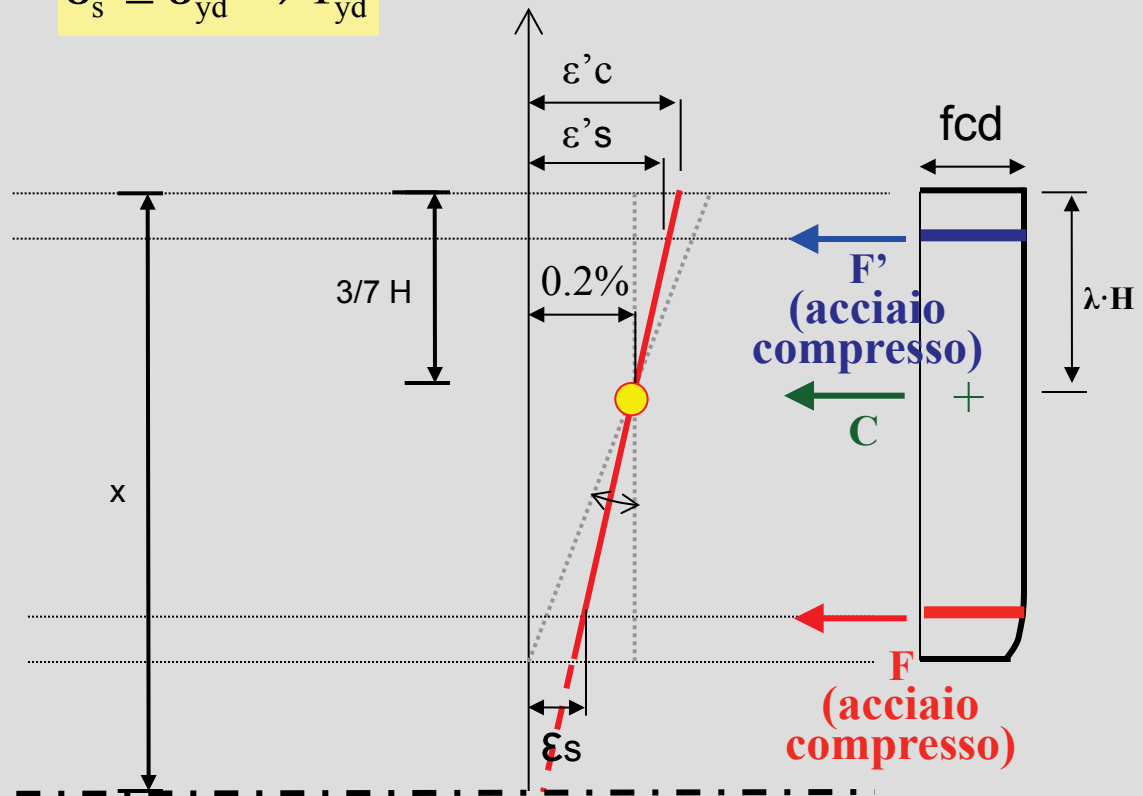
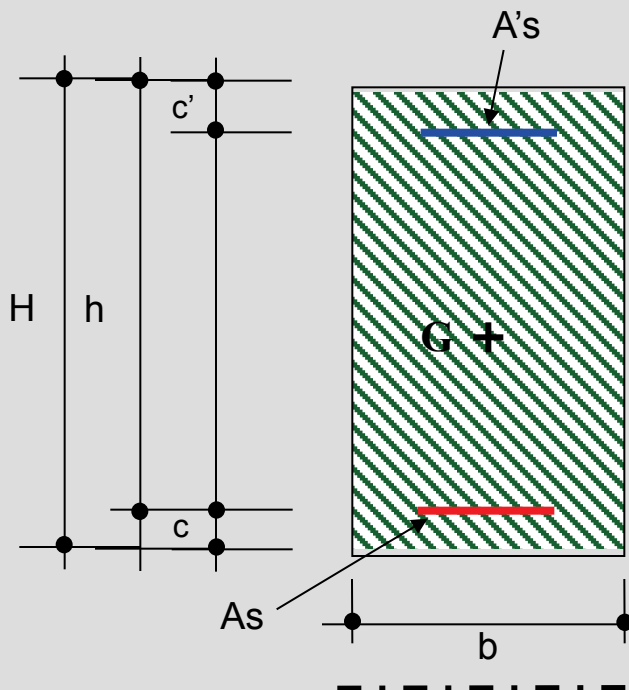
$$\frac{0.20\%}{x - 3/7H} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{x - h}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$



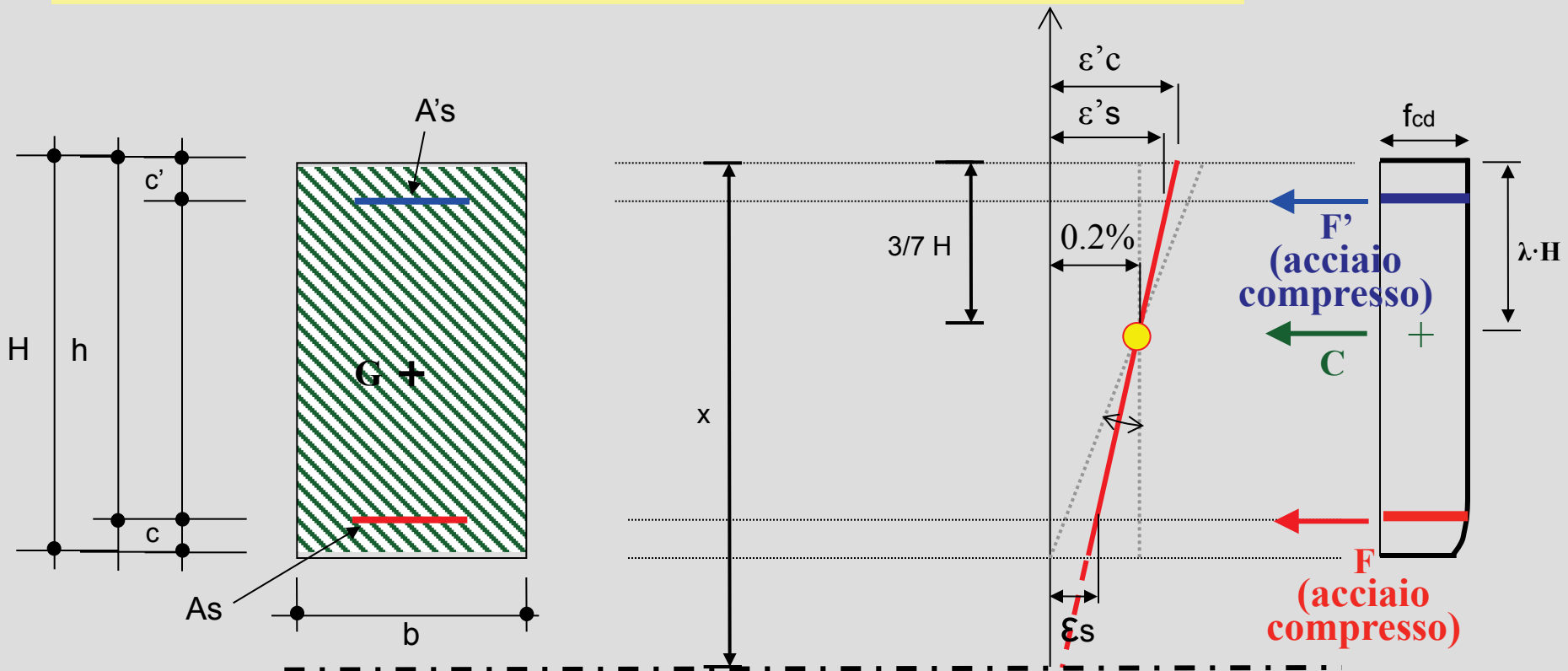
REGIONE DI ROTTURA 5

Posizione asse neutro $H \Rightarrow x < \infty$, compressione semplice o composta

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{rd} = b \cdot \psi \cdot H \cdot f_{cd} \cdot (\lambda \cdot H - H/2) + A'_s \cdot f_{yd} (H/2 - c') - A_s \cdot \sigma_s (H/2 - c)$$



REGIONE DI ROTTURA 5

Tabella dei parametri ψ e λ per la regione 5 al variare del rapporto $\xi = x/h$

ξ	ψ	λ	ξ	ψ	λ
1,00	0,80953	0,41597	1,65	0,95831	0,48446
1,05	0,83894	0,43144	1,70	0,96153	0,48571
1,10	0,86204	0,44284	1,75	0,96438	0,48681
1,15	0,88049	0,45153	1,80	0,96693	0,48779
1,20	0,89548	0,45832	1,90	0,97127	0,48944
1,25	0,90782	0,46374	2,00	0,97481	0,49007
1,30	0,91809	0,46814	2,25	0,98125	0,49318
1,35	0,92674	0,47177	2,50	0,98551	0,49475
1,40	0,93409	0,47480	2,75	0,98846	0,49583
1,45	0,94039	0,47736	3,00	0,99059	0,49661
1,50	0,94583	0,47954	3,50	0,99341	0,49763
1,55	0,95054	0,48142	4,00	0,99513	0,49825
1,60	0,95467	0,48304	5,00	0,99702	0,49893
			> 5,00	1,00000	0,50000

S.L.U.: SFORZO NORMALE E FLESSIONE

La *verifica di resistenza* (SLU) si ritiene soddisfatta se risulta:

$$M_{Rd} = M_{Rd}(N_{Ed}) \geq M_{Ed}$$

dove:

- M_{Rd} è il valore di calcolo del momento resistente corrispondente a N_{Ed}
- N_{Ed} è il valore di calcolo della componente assiale (sforzo normale) dell'azione;
- M_{Ed} è il valore di calcolo della componente flettente dell'azione.

Al fine di determinare il **momento resistente M_{rd}** è necessario valutare la **posizione dell'asse neutro (x)**

S.L.U.: SFORZO NORMALE E FLESSIONE

La procedura per la valutazione della posizione dell'asse neutro si può sintetizzare in 5 passi:

- 1) si ipotizza la regione di rottura e una posizione di tentativo dell'asse neutro;
- 2) si valuta la tensione dell'acciaio teso/compresso (snervato o in fase elastica) e il coefficiente ψ
- 3) si impone l'equilibrio alla traslazione e si determina la posizione dell'asse neutro
- 4) si itera le fasi (2)-(3) con il valore di x determinato in (3) fino a ridurre lo scarto relativo tra due iterazioni
- 5) nota la posizione dell'asse neutro (e di λ) si calcola il valore del momento resistente imponendo l'equilibrio alla rotazione

NOTA: per le regioni 1÷4, il valore di x è univocamente determinato dalla (3) ipotizzando la sola condizione sulla tensione dell'acciaio teso/compresso (ψ è costante)

S.L.U.: SFORZO NORMALE E FLESSIONE

Dalle NTC 2008: Analisi della sezione

Nel caso di pilastri soggetti a compressione assiale, si deve comunque assumere una componente flettente dello sforzo $M_{Ed} = e \times N_{Ed}$ con eccentricità e pari almeno a $0,05h \geq 20\text{mm}$ (con h altezza della sezione).

Dalla Circolare alle NTC 2008

C4.1.2.1.2.4 Analisi della sezione

Con riferimento alla verifica di resistenza dei pilastri in c.a. soggetti a sola compressione assiale, la prescrizione circa l'eccentricità minima dell'azione assiale da tenere in conto può essere implicitamente soddisfatta valutando N_{Rd} con la formula:

$$N_{Rd} = 0,8 A_c f_{cd} + A_{s,tot} f_{yd}$$

con A_c area del calcestruzzo e $A_{s,tot}$ area totale d'armatura.

VERIFICHE AGLI STATI LIMITE ULTIMI

Esempio: sezione semplicemente inflessa

- ipotesi 1: regione di rottura 2
- ipotesi 2: acciaio compresso snervato

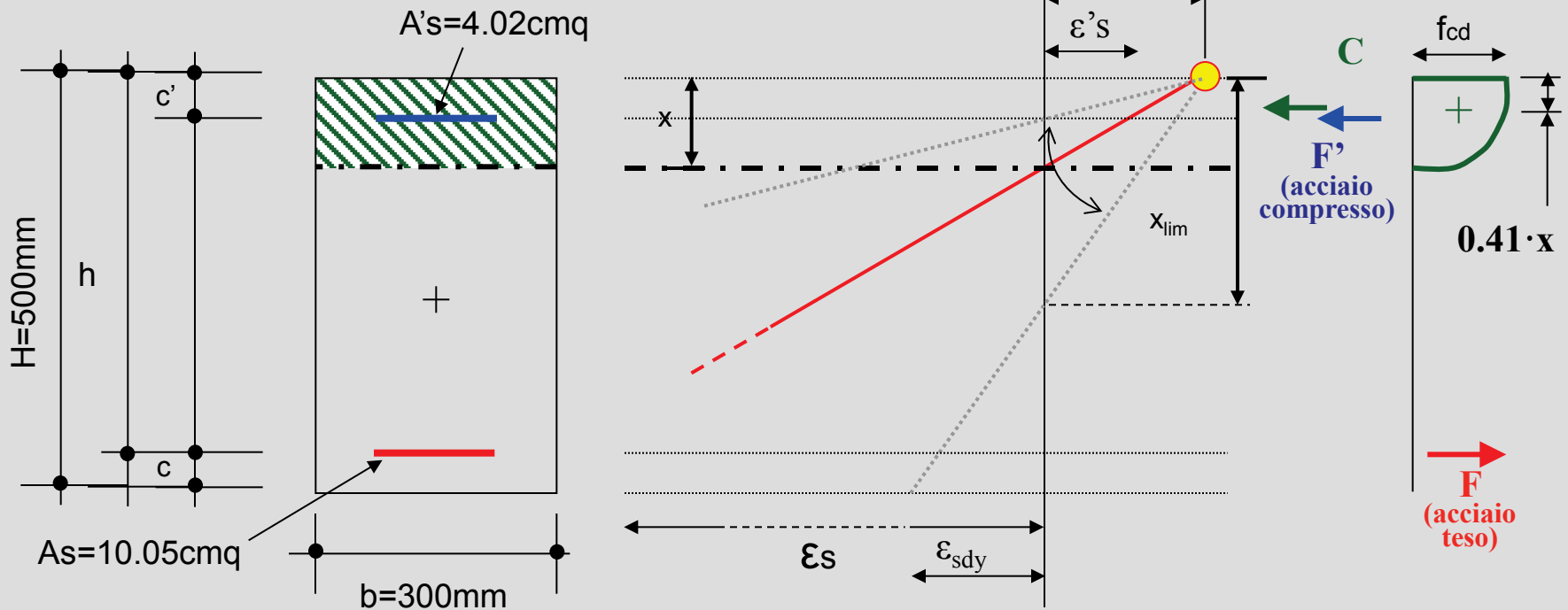
$$\varepsilon'_s > \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = f_{yd}$$

Dati:

$$N=0$$

$$f_{ck}=20\text{N/mm}^2, f_{yk}=450\text{N/mm}^2$$

diagramma σ - ε acciaio (b)



VERIFICHE AGLI STATI LIMITE ULTIMI

Esempio: sezione semplicemente inflessa

• equilibrio alla traslazione

$$-b \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot f_{yd} + A_s \cdot f_{yd} = 0$$

• posizione dell'asse neutro

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{(1005 - 402) \cdot 391}{0.81 \cdot 300 \cdot 11.3} = 86 \text{ mm}$$

• verifica delle ipotesi:

$$86 \text{ mm} = x < x_{\text{lim}} = 329 \text{ mm} \Rightarrow \text{verificato}$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cu} \cdot \left(1 - \frac{c'}{x}\right) = 0.0022 > 0.0019 = \frac{f_{yd}}{E_s} \Rightarrow \text{verificato}$$

Calcolo Momento resistente

Effettuando l'equilibrio rispetto al baricentro geometrico G della sezione si ottiene:

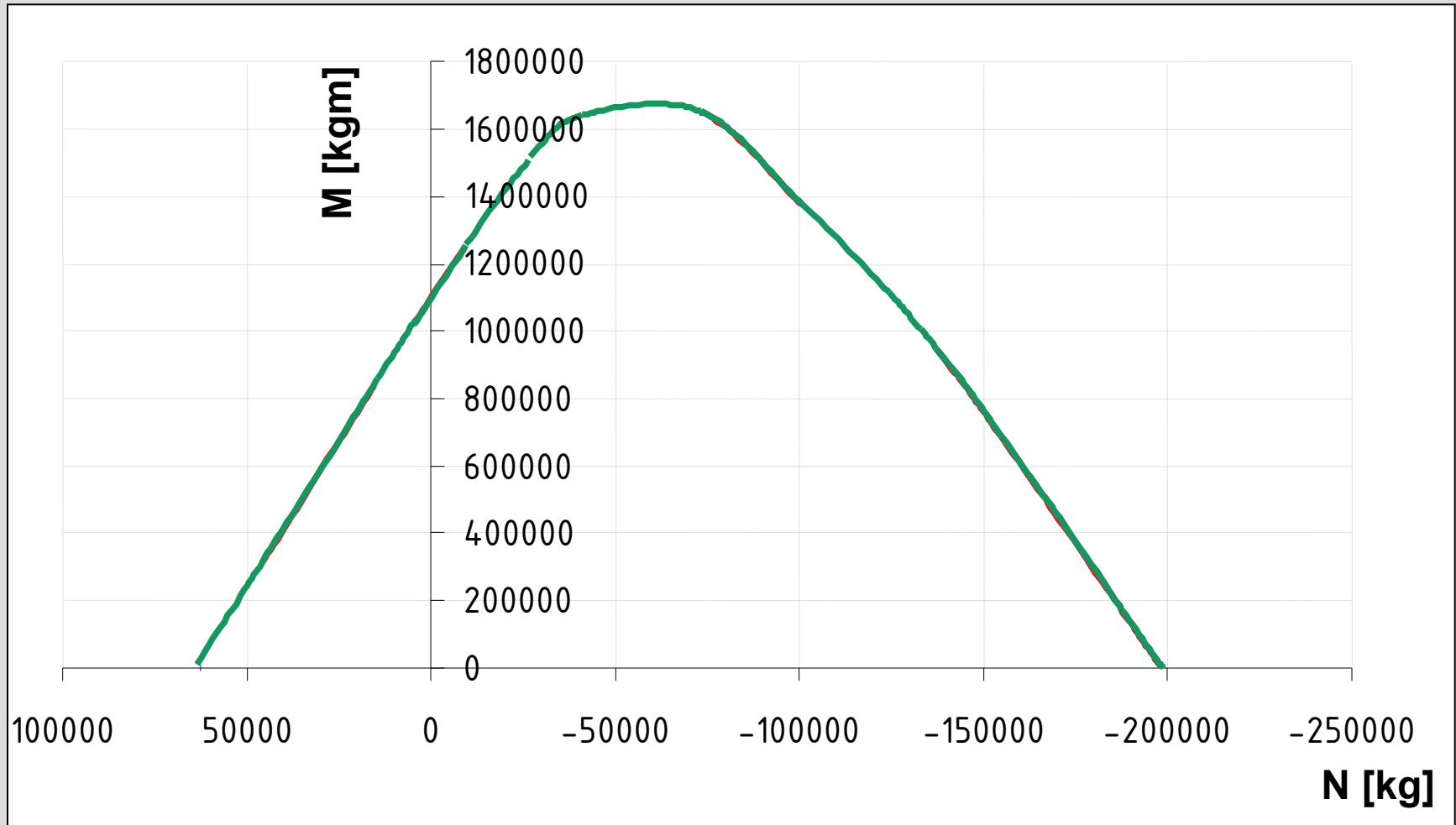
$$M_{Rd} = b \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} \left(\frac{H}{2} - \lambda x\right) + A'_s \cdot f_{yd} \left(\frac{H}{2} - c'\right) + A_s \cdot f_{yd} \left(\frac{H}{2} - c\right)$$

Assumendo $\psi = 0.81$ e $\lambda = 0.41$ si calcola:

$$M_{Rd} = 171.6 \text{ kNm}$$

VERIFICHE AGLI STATI LIMITE ULTIMI: DOMINI M-N

Esempio di dominio M-N



Domini M – N allo Stato Limite Ultimo

La frontiera del dominio di resistenza M-N è costituita dal luogo dei punti del piano N-M corrispondenti alle coppie di coordinate M (momento flettente) ed N (sforzo normale) che determinano la crisi della sezione

Si costruisce il dominio di resistenza M-N della sezione utilizzando le *equazioni di congruenza*, di *equilibrio alla traslazione* e di *equilibrio alla rotazione*.

Si considera la coppia M_{Sd} ed N_{Sd} (momento flettente e sforzo normale) che sollecita la sezione.

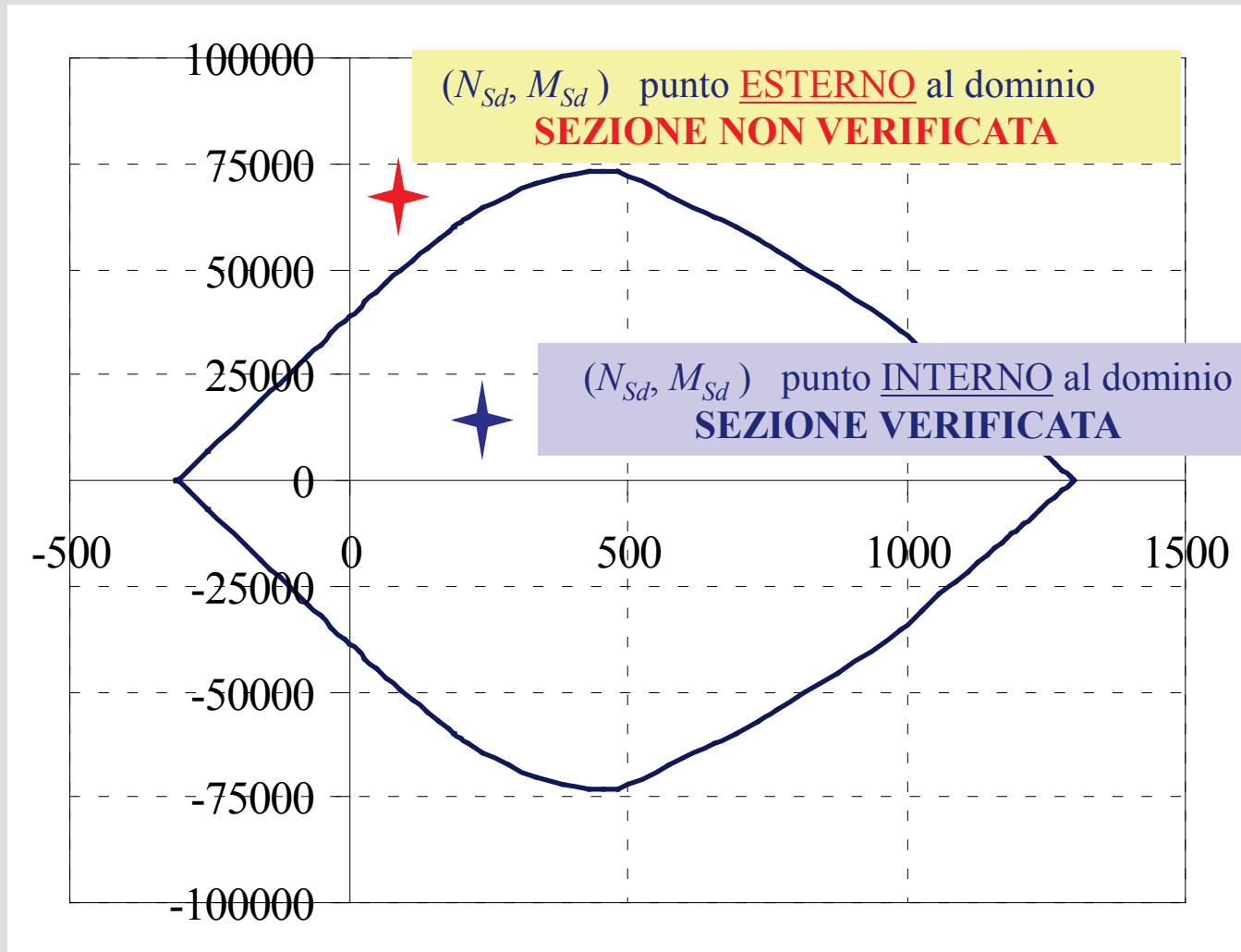
Si riporta sul diagramma il punto di coordinate (N_{Sd}, M_{Sd})

Si presentano due possibilità:

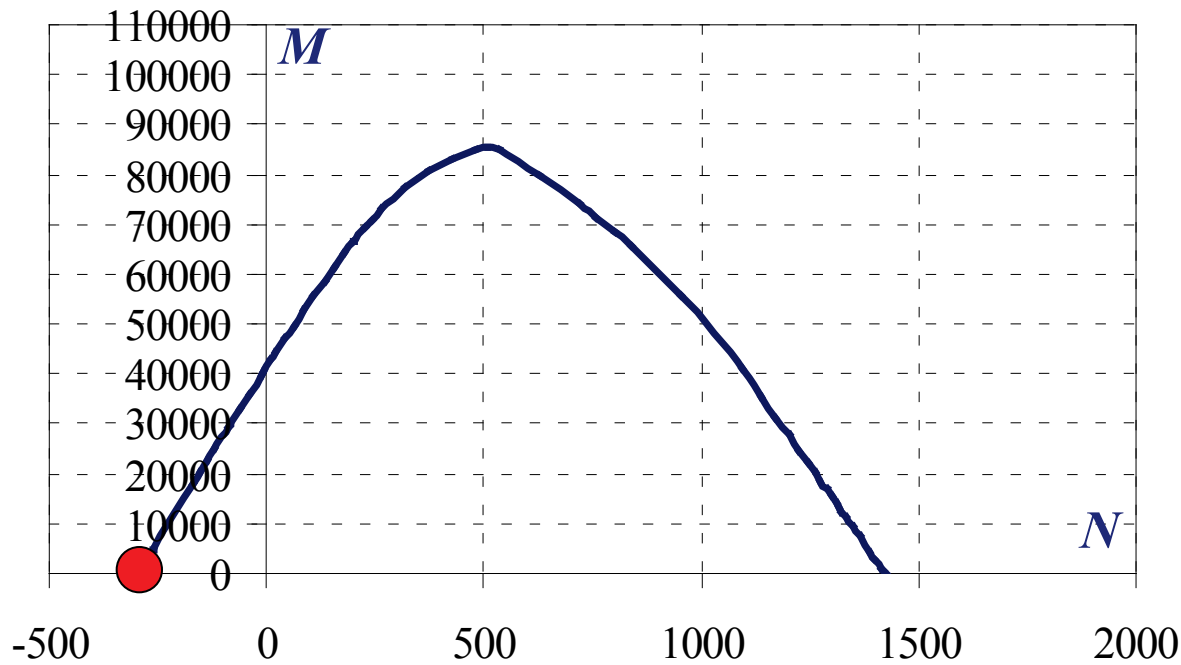
(N_{Sd}, M_{Sd}) punto INTERNO al dominio → **SEZIONE VERIFICATA**

(N_{Sd}, M_{Sd}) punto ESTERNO al dominio → **SEZIONE NON VERIFICATA**

Domini M – N allo Stato Limite Ultimo



Costruzione del dominio M – N allo Stato Limite Ultimo



Regione di rottura 0

a.n. $-\infty < x \leq 0$

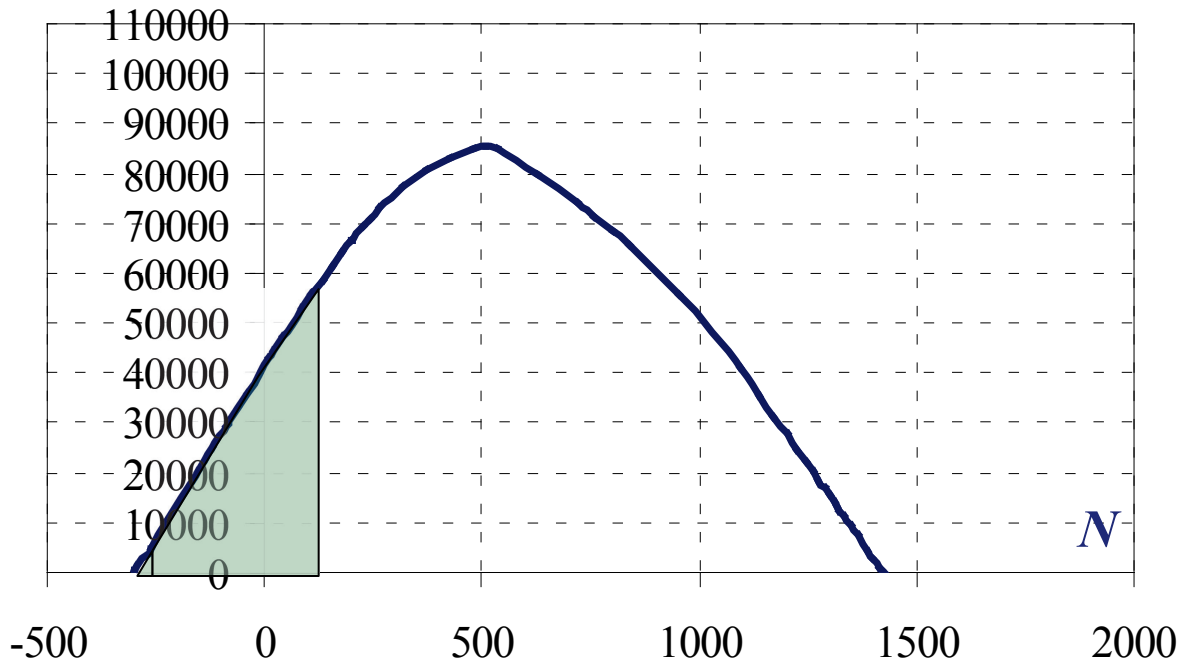
Lo sforzo normale di trazione e del momento resistente nel dominio M-N è un punto il cui valore si ricava dalle due equazioni di equilibrio

NOTA: $M_{rd} = 0$ per sezioni con armatura simmetrica

$$N_{Rd} = +A'_s \cdot f_{yd} + A_s \cdot f_{yd}$$

$$M_{rd} = A'_s f_{yd} \left(\frac{H}{2} - c' \right) - A_s f_{yd} \left(\frac{H}{2} - c \right)$$

Costruzione del dominio M – N allo Stato Limite Ultimo



Regione di rottura 1

$$\text{a.n. } 0 \leq x < c'$$

Equazioni di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{c' - x} = \frac{\varepsilon_s}{h - x}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

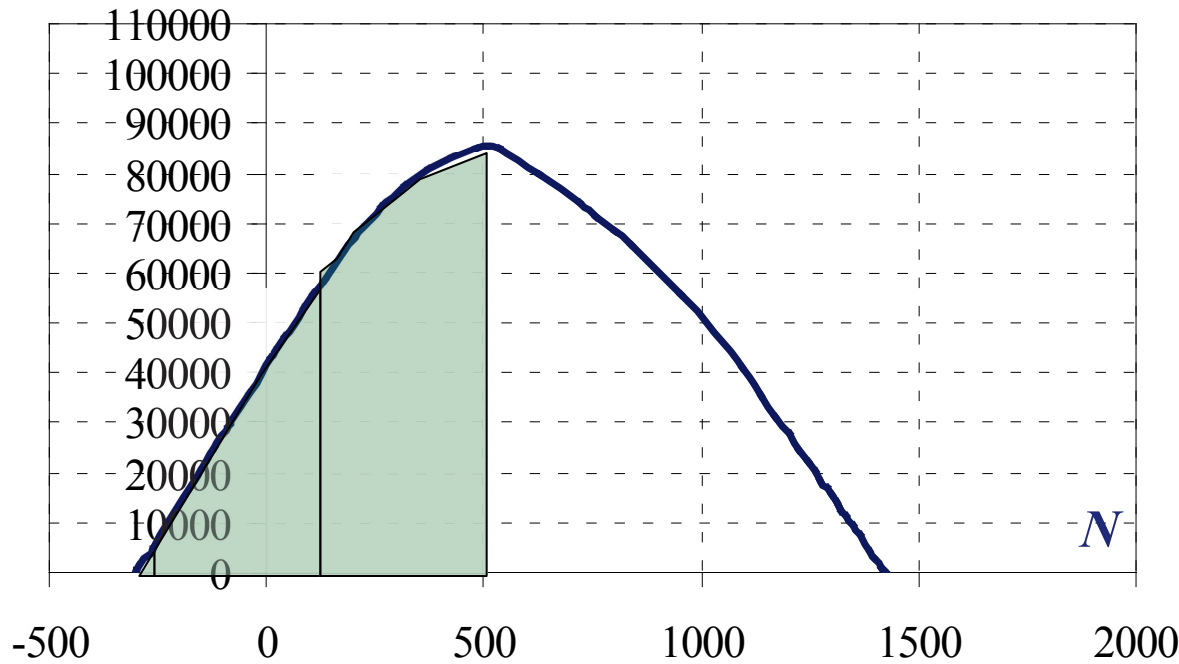
$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} + A'_s \cdot \sigma'_s + A_s \cdot f_{yd}$$

$$M_{rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(H/2 - 0.41 \cdot x \right) + A'_s \cdot \sigma'_s \left(H/2 - c' \right) - A_s \cdot f_{yd} \left(H/2 - c \right)$$

Costruzione del dominio M – N allo Stato Limite Ultimo



Regione di rottura 2

$$\text{a.n. } c' \leq x < x_{\text{lim}}$$

Equazioni di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{h - x}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

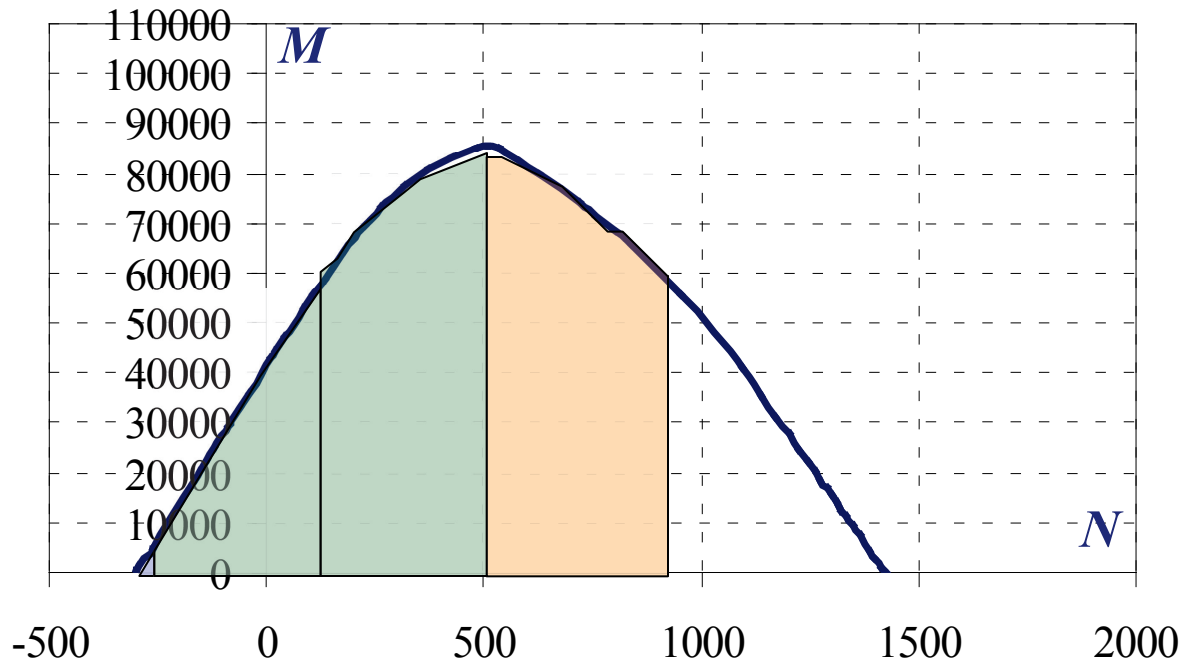
$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot \sigma'_s + A_s \cdot f_{yd}$$

$$M_{rd} = b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(H/2 - 0.41 \cdot x \right) + A'_s \cdot \sigma'_s \left(H/2 - c' \right) + A_s \cdot f_{yd} \left(H/2 - c \right)$$

Costruzione del dominio M – N allo Stato Limite Ultimo



Regione di rottura 3

$$\text{a.n. } x_{\text{lim}} \leq x < h$$

Equazioni di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{h - x}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon'_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma'_s = \varepsilon'_s \cdot E_s$$

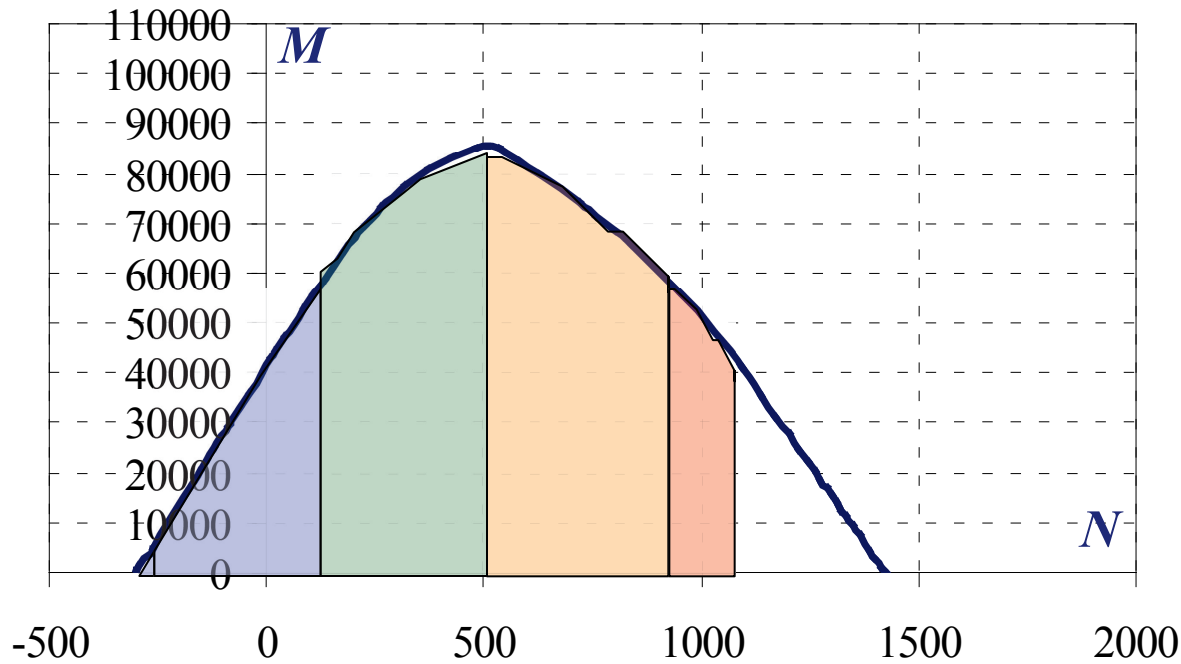
$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot \sigma'_s + A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{rd} = b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(H/2 - 0.416 \cdot x \right) + A'_s \cdot \sigma'_s \left(H/2 - c' \right) + A_s \cdot \sigma_s \left(H/2 - c \right)$$

Costruzione del dominio M – N allo Stato Limite Ultimo



Regione di rottura 4

$$\text{a.n. } h \leq x < H$$

Equazioni di congruenza

$$\frac{0.35\%}{x} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{x - h}$$

Equazioni costitutive

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

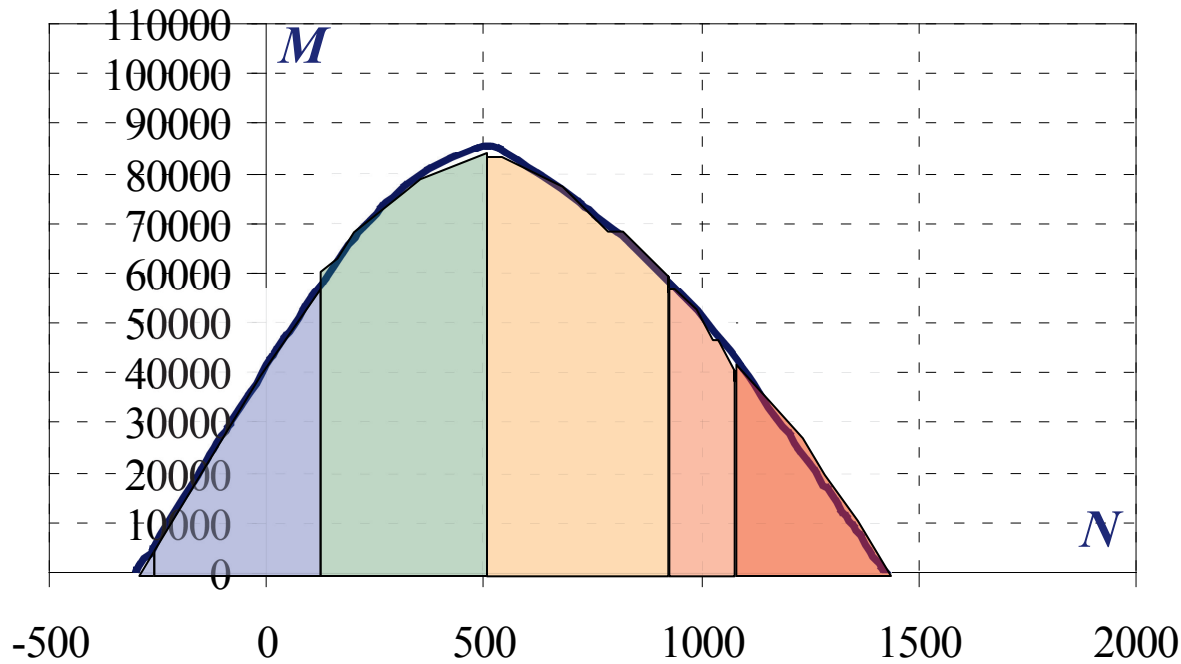
$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot 0.81 \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{rd} = b \cdot 0.81 \cdot H \cdot f_{cd} \cdot \left(H/2 - 0.41 \cdot x \right) + A'_s \cdot f_{yd} \left(H/2 - c' \right) - A_s \cdot \sigma_s \left(H/2 - c \right)$$

Costruzione del dominio M – N allo Stato Limite Ultimo



Regione di rottura 5

$$\text{a.n. } H \leq x < \infty$$

Equazioni di congruenza

$$\frac{0.20\%}{x - 3/7 H} = \frac{\varepsilon'_s}{x - c'} = \frac{\varepsilon_s}{x - h}$$

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} \Rightarrow \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s$$

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} \Rightarrow f_{yd}$$

Equazioni di equilibrio

$$N_{Rd} = -b \cdot \psi \cdot x \cdot f_{cd} - A'_s \cdot f_{yd} - A_s \cdot \sigma_s$$

$$M_{rd} = b \cdot \psi \cdot H \cdot f_{cd} \cdot (\lambda \cdot H - H/2) + A'_s \cdot f_{yd} (H/2 - c') - A_s \cdot \sigma_s (H/2 - c)$$

Utilizzo dei domini M – N per progetto-verifica

Le dimensioni della sezione sono note.

Si stabilisce a priori il rapporto tra A_s ed A'_s ;

Si costruiscono i domini M-N per diverse quantità di armatura.

Si riporta sul diagramma il punto di coordinate (N_{Sd}, M_{Sd})

Si determina la quantità di armatura necessaria

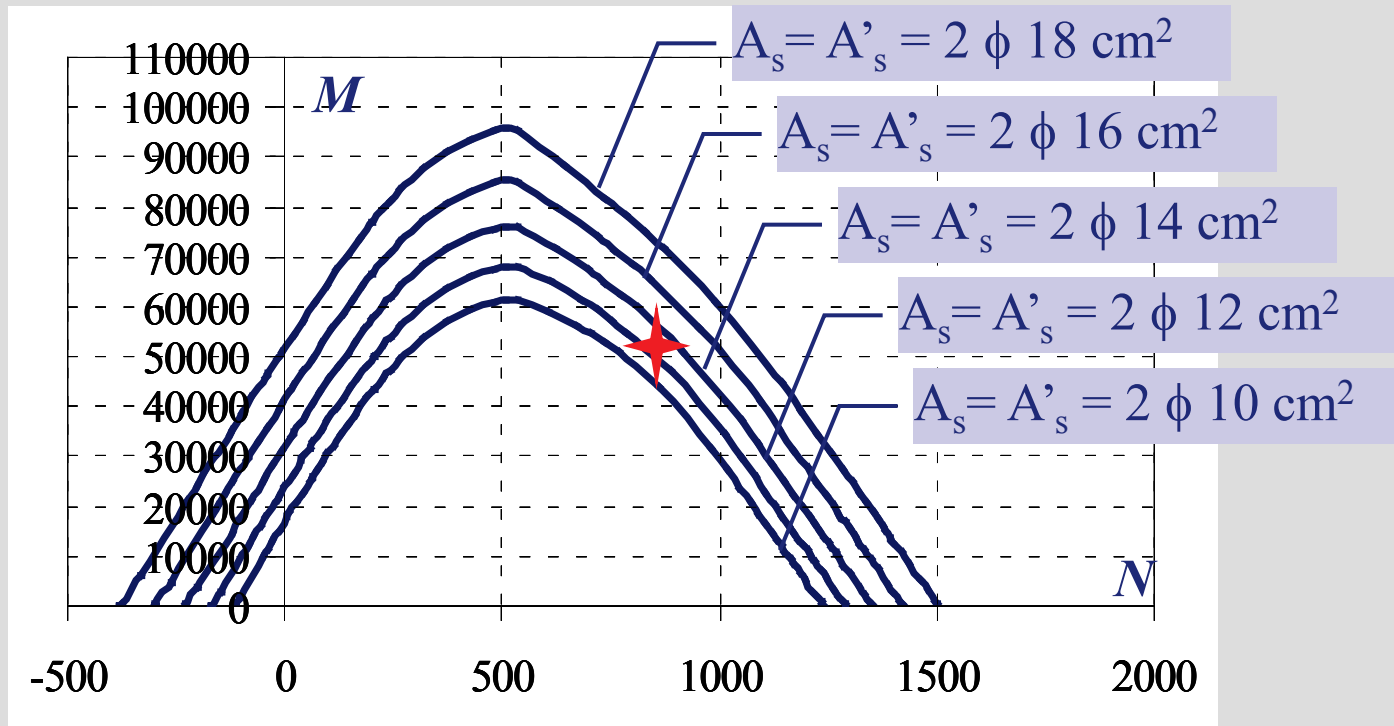


Illustrazione del programma VCA SLU per il Calcolo dei domini di rottura (Gelfi)